Lien entre mathématiques et physique : Les vecteurs

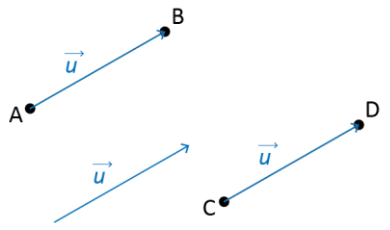
1. Quelques différences d'approche entre mathématiques et physique

1.1. Le point d'origine du vecteur

En mathématiques :

On distingue :

– le vecteur, notée avec une lettre (par exemple $\vec{u}$)
– son représentant dans le plan, délimité par deux points, par exemple $\overrightarrow{AB}$.



$\vec{u}$ n'a pas d'origine.

$\overrightarrow{AB}$ est **son représentant d'origine A** et dont B est le point d'arrivée.

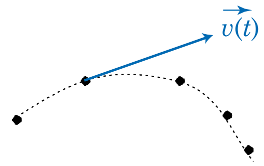
$\overrightarrow{CD}$ est **un autre représentant** du même vecteur $\vec{u}$, avec le point d'origine C.

En physique :

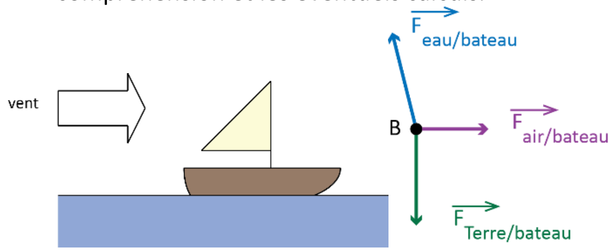
– On ne fait pas de distinction entre le vecteur et son représentant dans le plan car le vecteur est une grandeur physique qui peut ne pas être une distance.
– Selon la grandeur physique représentée, l'origine du vecteur peut avoir une importance.

Exemples :

- **Le vecteur-vitesse** a pour point d'origine le point dont on calcule la vitesse :



- **Le vecteur-force** n'a pas d'origine (puisqu'il désigne une force répartie sur une surface ou un volume). On représente donc les vecteurs-force à partir d'un même point, choisi arbitrairement car cela facilite la compréhension et les éventuels calculs.



1.2. La norme ou la valeur du vecteur

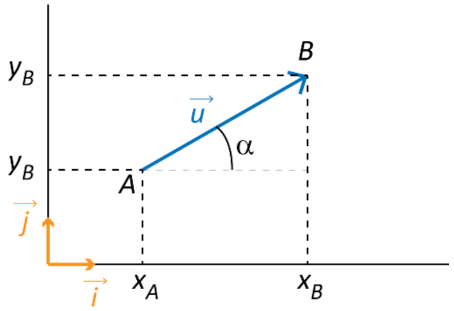
En mathématiques :

– La norme est définie à partir des coordonnées du vecteur. Pour un vecteur $\vec{u}(x; y)$ la norme vaut :
$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$
– La norme est par définition une valeur absolue.
– Sauf indication contraire elle n'a pas d'unité.

En physique :

– Le mot « norme » est rarement employé, on lui préfère le mot « valeur ».
– La notation « ‖ ‖ » est très rarement utilisée. La norme du vecteur est notée avec le symbole de la grandeur, sans la flèche.
  Exemples :
  - $F_{A/B}$ pour la valeur d'une force ;
  - $v(M)$ pour la valeur d'une vitesse ;
– La norme d'un vecteur est **la valeur d'une grandeur physique**. **Elle a donc l'unité de cette grandeur**.
  Exemples :
  - Le vecteur $\overrightarrow{F_{A/B}}$ a une norme $F_{A/B}$ en newton.
  - Le vecteur $\overrightarrow{v(M)}$ a une norme $v(M)$ en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

1.3. Expression des coordonnées d'un vecteur



$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \|\overrightarrow{AB}\| \times \cos(\alpha) \\ \|\overrightarrow{AB}\| \times \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Souvent utilisé en mathématiques

Souvent utilisé en physique.

Exemple : vecteur-vitesse initial du projectile :

$$\overrightarrow{v_0}\begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

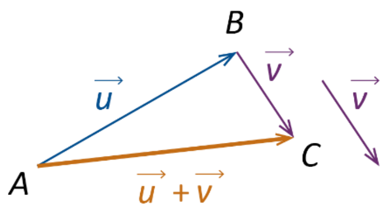
2. Utile pour la physique : addition et soustraction des vecteurs

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs :

2.1. Additionner des vecteurs

L'addition de ces deux vecteurs s'effectue de la manière suivante :

- L'un des deux vecteurs à additionner doit être translaté afin que son point d'origine coïncide avec l'extrémité de l'autre (ci-dessous c'est $\vec{v}$ qui est translaté).
- La relation de Chasles énonce que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$
- Le tracé de $\vec{u} + \vec{v}$ donne donc :



2.2. Soustraire deux vecteurs

Pour tracer $\vec{u} - \vec{v}$, on additionne $\vec{u}$ et $-\vec{v}$.
Le vecteur $-\vec{v}$ est un vecteur de même norme, même direction que $\vec{v}$ **mais de sens opposé**.
Le tracé de $\vec{u} - \vec{v}$ s'effectue donc ainsi :