

Lien entre mathématiques et physique :

Les fonctions primitives

1. Définition et notations

1.1. Définition

F est une fonction primitive de $f \Leftrightarrow f$ est la fonction dérivée de F

La constante d'intégration

La fonction dérivée d'une fonction constante est nulle.

Donc si F est une fonction primitive de f , la fonction $x \mapsto F(x) + k$ (k étant une constante) est aussi une fonction primitive de f .

Une fonction admet une infinité de fonctions primitives, définies à une constante près.

2. Quelques cas particuliers à connaître

Dans tous les exemples qui suivent, t désigne la variable et toutes les autres lettres désignent des constantes.

$t \mapsto a$	$t \mapsto at + k$
$t \mapsto a \times t$	$t \mapsto \frac{1}{2}at^2 + k$
$t \mapsto a \cos(\omega t + \varphi)$	$t \mapsto \frac{a}{\omega} \sin(\omega t + \varphi) + k$
$t \mapsto a \sin(\omega t + \varphi)$	$t \mapsto -\frac{a}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) + k$

3. Différences de notations en mathématiques et en physique

Les notations parfois différentes que les mathématiciens et les physiciens utilisent ont toutes la même origine : les fonctions utilisées en physique représentent **des grandeurs physiques**, dont les valeurs ont une dimension, une unité et sont éventuellement entachées d'incertitudes.

En mathématiques :

Exemple :

Soit f la fonction telle que :

$$x \mapsto f(x) = 3x$$

Les fonctions primitives de f sont du type :

$$x \mapsto F(x) = \frac{3}{2}x^2 + k$$

k étant une constante.

Ici k représente la valeur de F pour $x = 0$.

Notation de la fonction primitive :

La fonction primitive d'une fonction est souvent notée avec la même lettre mais écrite en majuscule.

Notations des différents termes

Souvent au lycée, seule la variable est écrite sous forme littérale, les autres coefficients étant écrits sous forme numérique car ce sont des nombres.

En physique :

Exemple :

La vitesse d'un solide en chute libre verticale s'exprime en fonction du temps par :

$$v(t) = gt$$

Sa position repérée sur un axe Oz orienté vers le bas est donc donnée par la fonction z , d'expression :

$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + z_0$$

z_0 étant sa position initiale à la date $t = 0$.

Notation de la fonction primitive :

La fonction primitive d'une fonction est notée avec une autre lettre car elle ne représente pas la même grandeur physique.

- ▶ Dans l'exemple ci-dessus :
 v désigne une vitesse (exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) ;
 z désigne une distance exprimée en m , il serait trompeur de la noter « V ».

Notations des différents termes

Tous les termes désignant des grandeurs physiques, *même si leur valeur est constante*, sont écrits sous forme littérale.

- ▶ Exemple :
Dans les expressions ci-dessus, g est une constante mais représente un champ de pesanteur exprimé en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, et dont la valeur est entachée d'une incertitude. On ne le remplace donc pas par « 9,81 ». En revanche le facteur $\frac{1}{2}$ est connu de manière certaine et ne possède pas d'unité, il est donc écrit sous forme numérique.