Fiche de synthèse n° 1
Mesure et incertitudes

1. Qu'est ce qu'une mesure ?

Effectuer une mesure, c'est rechercher la valeur d'une grandeur physique.
La **valeur** d'une **grandeur physique** est le produit d'un nombre et d'une unité.

Valeur d'une grandeur = Nombre × Unité

Exemple d'une mesure de longueur : L = 2,51 m

- L : grandeur mesurée (Longueur)
- 2,51 : nombre
- m : unité de mesure

Attention : Exprimer la valeur d'une grandeur physique sans unité n'a aucune signification.

2. Comment déterminer la valeur de la grandeur mesurée ?

Pour déterminer la valeur de la grandeur mesurée, il faut comparer cette grandeur à une **valeur de référence**.
La comparaison se fait à l'aide de l'**instrument de mesure**.
Par exemple, pour mesurer une longueur, il faut comparer à une grandeur de référence qui est le mètre.
Chaque **valeur de référence** est caractérisée par son **unité**.

3. Les grandeurs de référence du système international

Il existe 7 grandeurs de références définies par le **B**ureau **I**nternational des **P**oids et **M**esures.

Grandeur de base	**Unité de base du système international**	
Nom	**Nom**	**Symbole**
Masse	kilogramme	kg
Longueur	mètre	m
Temps	seconde	s
Courant électrique	ampère	A
Température thermodynamique	kelvin	K
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd

Il existe pour chaque unité des multiples et sous-multiples.

4. Les autres grandeurs physiques de référence

Toutes les autres grandeurs physiques sont définies par rapport aux grandeurs de base du système international.

Par exemple :

- une charge électrique est définie par le produit d'une intensité d'un courant électrique par un temps
  L'unité de charge électrique est le coulomb (C) 1 C = 1 A.s

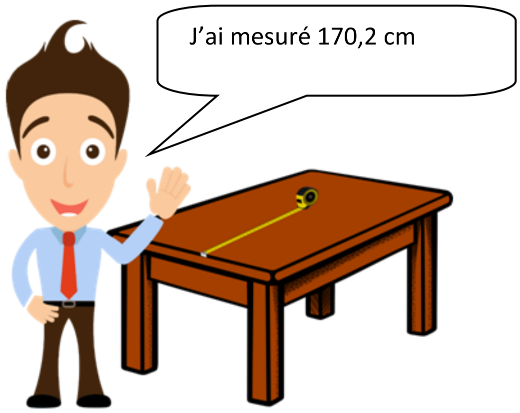
- une force est définie par le produit d'une masse par une longueur divisée par un temps au carré.
  L'unité de la force est le newton (N) : 1 N = 1 kg.m.s^{-2}

- une pression est définie par le rapport d'une force par une surface.
  L'unité de la pression est le pascal (Pa) 1 Pa = 1 N.m^{-2}

5. Une mesure ne permet pas de connaitre la valeur vraie d'une grandeur

L'expérimentateur recherche ce que l'on appelle la **valeur vraie** de la longueur de la table.

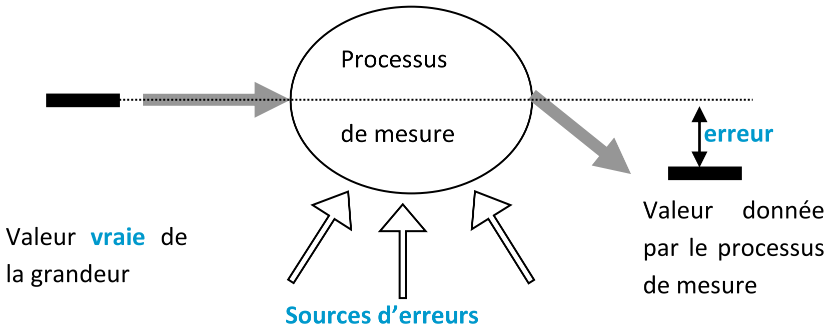
On appelle **processus de mesure** tout ce qui est mis en œuvre pour obtenir la valeur de la grandeur mesurée (instrument, méthode, expérimentateur,…)



La valeur donnée par le processus de mesure est égale à 170,2 cm.
Différentes **sources d'erreurs** liées au processus de mesure font que la valeur donnée par le processus de mesure est différente de la **valeur vraie**.

Tous les processus de mesure, quelle que soit leur qualité, sont affectés de **sources d'erreur.**
La valeur donnée par le processus de mesure n'est jamais égale à **la valeur vraie**.

Les sources d'**erreur** ne sont pas seulement liées à l'**instrument** de mesure. Elles peuvent être dues également à la **méthode** de mesure, à l'**opérateur**.



Les sources d'erreur influencent le processus de mesure.

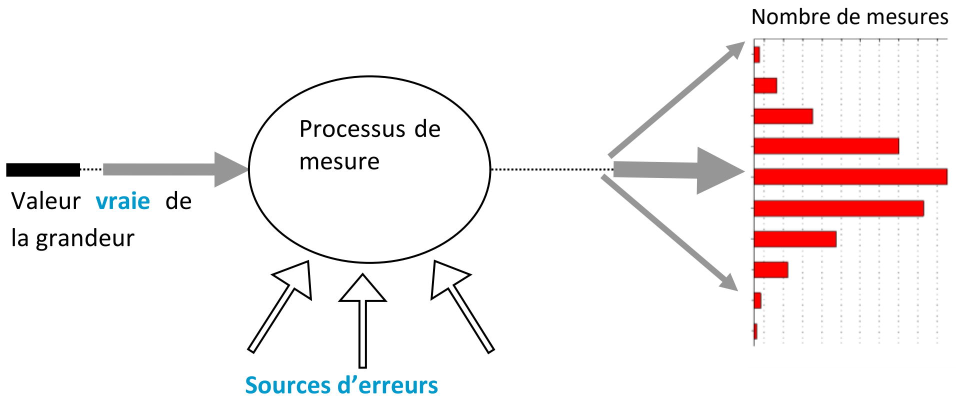
L'expérimentateur **ne peut jamais connaître** la valeur vraie !

6. Comment exprimer le résultat de mesure ?

On ne connait pas la valeur vraie mais pour exprimer le résultat de mesure, on détermine deux **paramètres** :
- le premier est un **estimateur** de la valeur vraie de la grandeur mesurée
- le second, nommé **incertitude-type**, caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient être attribuées à la grandeur physique.

On peut déterminer ces paramètres en réalisant plusieurs mesures.

Dans l'exemple qui suit on mesure une résistance à l'aide d'un multimètre, l'instrument est programmé pour mesurer et enregistrer **2000 mesures**. On représente l'histogramme associé à la série de mesures afin d'observer la dispersion. Les mesures sont comprises entre une valeur minimale et une valeur maximale et sont triées et classées dans dix intervalles (appelés classes). Pour chaque classe, le programme compte le nombre de mesures effectuées.



Les valeurs proches de la valeur moyenne sont les plus fréquentes alors que les valeurs éloignées de la valeur moyenne sont moins nombreuses. L'**écart-type** expérimental de la série de mesures est un bon indicateur de la **dispersion** des mesures et permet d'estimer **l'incertitude-type**.

Le meilleur **estimateur** de la grandeur mesurée est la valeur **moyenne** de la série de mesures et l'**incertitude-type** est déterminée à l'aide de l'**écart-type** de la série de valeurs.

Le résultat de mesure s'exprime à l'aide de la valeur **moyenne** de la série de mesures et de **l'incertitude-type** associée à cette valeur moyenne. L'estimation de l'incertitude-type dans le cas d'une série de mesures s'appelle une **évaluation de type A**.

6.1. Cas d'un grand nombre de mesures

L'**estimateur** de la **grandeur mesurée** est la **valeur moyenne**.

L'incertitude-type est estimée à l'aide de **l'écart-type** expérimental de la série de mesures et du **nombre n de mesures**. L'étendue est d'autant plus faible que le nombre de mesures est élevé.

$$u(M_{moy}) = \frac{s_{exp}}{\sqrt{n}}$$

6.2. Cas d'un nombre faible de mesures

Le temps disponible ne permet pas de réaliser une série de mesures nombreuses. L'écart-type s_{exp} a été estimé antérieurement par le professeur.

Si l'on réalise **p** mesures, l'**estimateur** de la **grandeur mesurée** est la **valeur moyenne** des **p** mesures.

Si l'on réalise p mesures, l'incertitude-type de la valeur moyenne des p mesures est donnée par la relation :

$$u(M_{moy}) = \frac{s_{exp}}{\sqrt{p}}$$

Par exemple si l'on effectue 2 mesures dans les mêmes conditions que le professeur, l'incertitude-type pour la série de 2 mesures est :

$$u(M_{moy}) = \frac{s_{exp}}{\sqrt{2}}$$

6.3. Cas d'une mesure unique

Dans certaines situations il n'est pas opportun de réaliser plusieurs mesures pour déterminer l'incertitude-type (activité 2), une mesure unique suffit. Dans ce cas procéder à une **évaluation de type B** de l'incertitude-type qui nécessite d'exploiter une relation fournie ou une notice constructeur.

Dans le cas d'une **évaluation de type B** l'**estimateur** de la **grandeur mesurée** est la **valeur unique**.

Incertitude-type déterminée à l'aide de la notice constructeur

Le fabricant donne une formule d'évaluation d'un demi-intervalle qui n'est pas l'incertitude-type.

Le vocabulaire employé par les fabricants n'est malheureusement pas uniforme (on rencontre indifféremment les termes « précision », « justesse »…).

L'**incertitude-type** d'une grandeur **M,** déterminée à l'aide du demi-intervalle donné par le constructeur est :

$$u(M) = \frac{demi - intervalle}{\sqrt{3}}$$

Cette relation n'est pas à retenir et sera donnée le cas échéant.

Exemple : mesure de tension

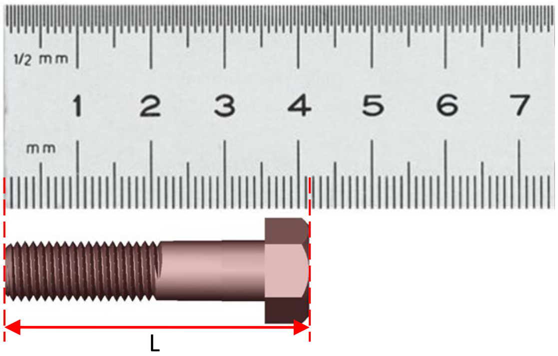
On mesure une tension U = 1,253 V. Le fabricant donne la formule d'évaluation du demi-intervalle :

demi-intervalle = 0,5%U + 3 UR = 0,5×1,253/100 + 3×0,001 = 0,009 V

$$u(U) = \frac{0{,}009}{\sqrt{3}} = 0{,}005\ V$$

Le résultat de mesure s'écrit U = 1,253 V et u(U) = 0,005 V

Incertitude-type dans le cas de lecture sur une échelle graduée



On mesure la longueur d'un objet avec une règle. Il existe deux sources d'erreur pour cette lecture :

- Le repérage du « 0 »
- La lecture proprement dite

Pour ces deux erreurs on estime avec bon sens que l'erreur maximale correspond à une demi-graduation noté d/2.

A l'aide d'une simulation (voir activité 4) on peut montrer que l'incertitude-type est proche de la moitié de la résolution :

$$u(L) = 0{,}5d$$

La **résolution d** d'une échelle graduée correspond à sa plus petite graduation

Dans le cas d'une double lecture sur une **échelle graduée** (règle graduée, pipette graduée, burette graduée…) dont la **résolution** vaut **d**, l'**incertitude-type** est :

$$u = \frac{d}{2}$$

Le résultat de mesure s'écrit L = 42,0 mm et u(L) = 0,5 mm

7. Validation d'un protocole

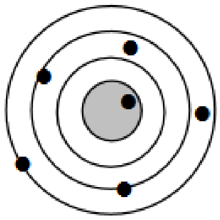
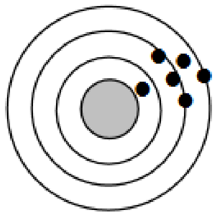
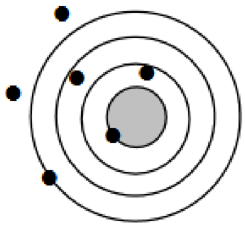
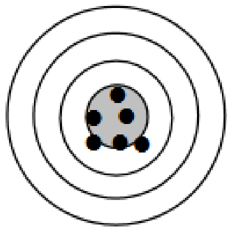
Des critères qualitatifs et quantitatifs qui permettent de caractériser la fiabilité et la validité d'un protocole.

Pour valider un protocole il faut comparer la dispersion des mesures à une valeur de référence.

Une valeur de référence est soit une valeur donnée par un dispositif étalon, soit une valeur connue trouvée dans un livre (température d'ébullition de l'eau à une pression donnée par exemple), soit une valeur donnée par un modèle théorique.

7.1. Fidélité et justesse, deux critères qualitatifs

On parle de fidélité lorsque les valeurs de la grandeur mesurée sont faiblement dispersées.
En revanche une mesure est d'autant plus juste que l'écart entre la valeur moyenne des valeurs et la valeur de référence est faible.
La justesse et la fidélité sont des critères qualitatifs.
Dans l'exemple ci-dessous le centre de la cible représente la valeur de référence et les tirs (points noirs) représentent les valeurs de la grandeur mesurée.

	
Protocole de mesure juste mais pas fidèle	Protocole de mesure fidèle mais pas juste
	
Protocole de mesure ni fidèle, ni juste	Protocole de mesure fidèle et juste

La justesse caractérise un écart faible entre une valeur de référence et la valeur moyenne de la série de mesures.

La fidélité caractérise la faible dispersion des mesures.

La fidélité et la justesse sont des critères qualitatifs qui permettent de comparer des protocoles entre eux.

7.2. Critère quantitatif

Pour valider un protocole il faut comparer l'écart entre la valeur moyenne de la série de mesure (ou la valeur de la grandeur mesurée dans le cas d'une mesure unique) et la valeur de référence à l'incertitude-type.

On appelle m la valeur de la grandeur mesurée, m_{ref} la valeur de référence et u(M) l'incertitude-type de la mesure.

On peut par exemple décider de valider un protocole si $u(M) \leq |m - m_{ref}|$.