

Mesures et incertitudes : fiche pour le professeur

Instrument à affichage numérique

Comment évaluer l'incertitude-type d'une mesure effectuée avec un instrument numérique ?

Ce qu'il faut savoir avant de commencer

- On envisage ici une mesure unique, l'estimation de l'incertitude se fait donc avec une méthode **de type B**.
- Sans la notice de l'instrument, on ne peut rien faire : le nombre de chiffres affichés ne suffit pas pour estimer l'incertitude de la mesure (l'exemple traité dans cette fiche le prouvera).
- Ce qui est écrit derrière le « ± » donné dans la notice **n'est pas une incertitude** : c'est une demi-étendue que l'on doit exploiter pour calculer l'écart-type associé.

Démarche à suivre en toute rigueur

- Se munir de la notice de l'instrument.
- En général celle-ci donne **l'étendue ou la demi-étendue** de deux sources d'erreur :
 - ▶ celle qui est liée à la résolution de l'affichage (souvent appelée « résolution » par les constructeurs) ;
 - ▶ celle qui est liée à l'erreur maximale garantie (souvent appelée « précision » par les constructeurs).

Exemple : mesure d'une tension avec un multimètre



Extrait de la notice

RANGE	Resolution	Precision
200 mV	10 μ V	$\pm (0,03\% \text{ of reading} + 4 \text{ digits})$
2 V	100 μ V	
20 V	1 mV	
200 V	10 mV	

Ceci est une étendue. La demi-étendue de l'intervalle vaut donc :

$$a_{\text{résol}} = 0,5 \text{ mV} = 0,0005 \text{ V}$$

Le symbole « ± » indique une demi-étendue qui vaut ici :

$$a_{\text{EM}} = 0,0003 \times 12,078 + 4 \times 0,001 = 0,0076234 \text{ V}$$

- Calculer les **écarts-types** associés à ces deux sources d'erreur.

- ▶ **Écart-type associé à la résolution de l'affichage :**

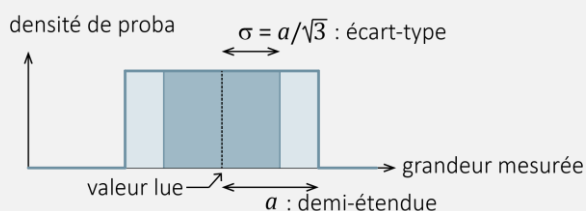
$$\sigma_{\text{résol}} = \frac{a_{\text{résol}}}{\sqrt{3}}$$

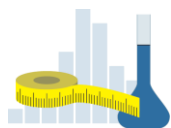


Pourquoi divise-t-on $a_{\text{résol}}$ par $\sqrt{3}$?

On estime que toutes les valeurs de la grandeur mesurée comprises dans l'intervalle de demi-étendue $a_{\text{résol}}$ sont équiprobables. Dans notre exemple : toutes les valeurs comprises entre 12,0775 V et 12,0785 V ont la même probabilité.

La loi de probabilité associée est donc la loi uniforme, dont l'écart-type se calcule par $\sigma = a/\sqrt{3}$





► **Écart-type associé à l'erreur maximale :**

Pour calculer cet écart-type il faut savoir à quelle loi de probabilité l'indication du fabricant est associée. Comme cette loi sous-jacente est rarement documentée il faut faire un choix.

Choix n°1 : on estime que toutes les valeurs comprises dans l'intervalle de demi-étendue a_{EM} sont équiprobables (ce qui revient à « envisager le pire »). On a alors :

$$\sigma_{EM} = \frac{a_{EM}}{\sqrt{3}}$$

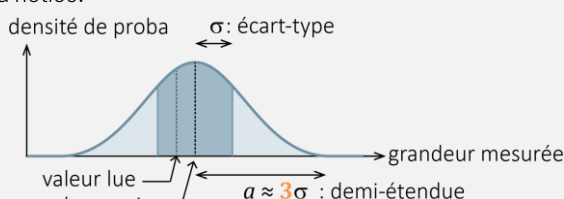
Choix n°2 (plus inhabituel mais certainement plus raisonnable) : on estime qu'il est plus probable d'avoir une erreur nulle qu'une erreur extrême ; autrement dit la valeur vraie est la plus probable, au centre d'une loi normale. On a alors :

$$\sigma_{EM} = \frac{a_{EM}}{3}$$



Pourquoi diviser a_{EM} par 3 ?

Si la loi de probabilité sous-jacente est une loi normale d'écart-type σ , alors l'intervalle de demi-étendue 3σ contient 99,8% des valeurs possibles de la grandeur mesurée. On peut donc associer cette demi-étendue à la valeur de a_{EM} déduite de la notice.



- Calculer l'incertitude-type en composant les deux sources d'erreur précédentes par la relation :

$$u = \sqrt{\sigma_{\text{résol}}^2 + \sigma_{EM}^2}$$

Exemple : revenons à la mesure d'une tension avec un multimètre

Écart-type associé à l'affichage :

$$\sigma_{\text{résol}} = \frac{0,0005}{\sqrt{3}} = 0,00029 \text{ V}$$

Écart-type associé à l'EMT :

$$\sigma_{EM} = \frac{0,0076234}{\sqrt{3}} = 0,0044 \text{ V}$$

si on considère que toutes les valeurs
sont équiprobables (choix 1 précédent)

ou

$$\sigma'_{EM} = \frac{0,0076234}{3} = 0,0025 \text{ V}$$

si on considère que la valeur vraie est la plus probable
(choix 2 précédent)

Quel que soit le choix opéré pour estimer σ_{EM} , si l'on se contente de deux chiffres significatifs le poids de la résolution comme source d'erreur est négligeable (ce qui illustre notre première phrase : sans la notice, on ne peut rien faire) et on obtient l'incertitude-type :

$$u(U) = \sqrt{\sigma_{\text{résol}}^2 + \sigma_{EM}^2} \approx \sigma_{EM} = \underbrace{0,0044 \text{ V}}_{\text{choix 1}} \text{ ou } \underbrace{0,0025 \text{ V}}_{\text{choix 2}}$$

Que dire aux élèves ?

- C'est l'enseignant qui fournit la méthode à suivre. Au niveau lycée, nous recommandons de négliger le poids de la résolution dans les sources d'erreur et de fournir « clef en mains » la relation à appliquer.
- Nous recommandons également d'opter pour le choix n°2 concernant le calcul de l'écart-type associé à l'erreur maximale garantie : il n'y a aucune raison de toujours envisager le pire.

Dans l'exemple qui a suivi de fil conducteur à cette fiche, il suffira donc d'indiquer à l'élève :

L'incertitude-type de la tension mesurée sera estimée avec la relation :

$$u(U) = \frac{1}{3} (0,03\% \times \text{valeur lue} + 4 \times \text{digit})$$