Mesures et incertitudes : fiche pour le professeur

Instrument à affichage numérique

Comment évaluer l'incertitude d'une mesure effectuée avec un instrument numérique ?

Ce qu'il faut savoir avant de commencer

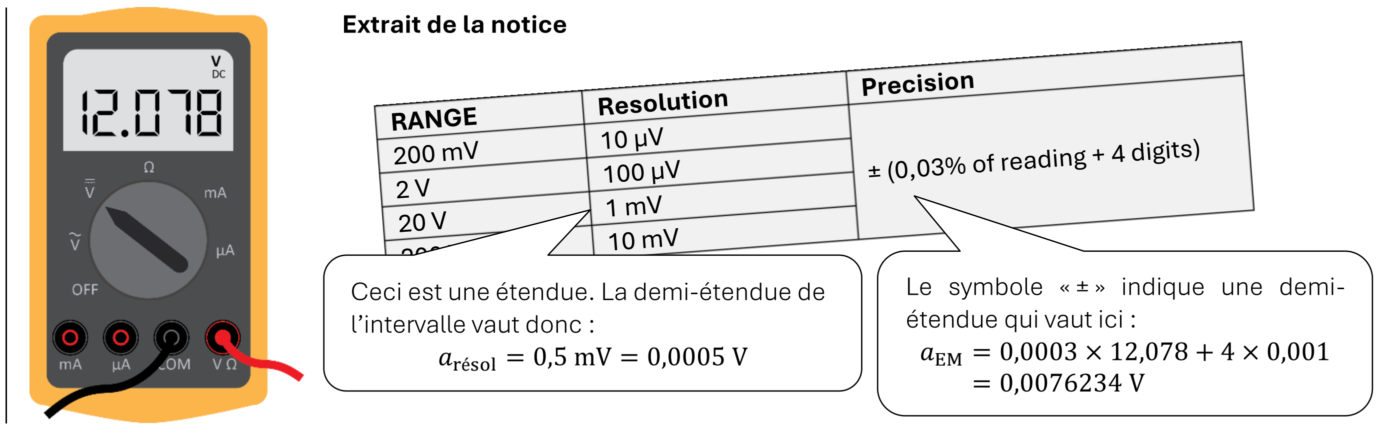
- On envisage ici une mesure unique, l'estimation de l'incertitude se fait donc avec une méthode **de type B**.
- Sans la notice de l'instrument, on ne peut rien faire : le nombre de chiffres affichés ne suffit pas pour estimer l'incertitude de la mesure (l'exemple traité dans cette fiche le prouvera).
- Ce qui est écrit derrière le « ± » donné dans la notice **n'est pas une incertitude** : c'est une demi-étendue que l'on doit exploiter pour calculer l'écart-type associé.

Démarche à suivre *en toute rigueur*

- Se munir de la notice de l'instrument.
- En général celle-ci donne **l'étendue ou la demi-étendue** de deux sources d'erreur :
  - celle qui est liée à la résolution de l'affichage (souvent appelée « résolution » par les constructeurs) ;
  - celle qui est liée à l'erreur maximale garantie (souvent appelée « précision » par les constructeurs).

Exemple : mesure d'une tension avec un multimètre

Extrait de la notice



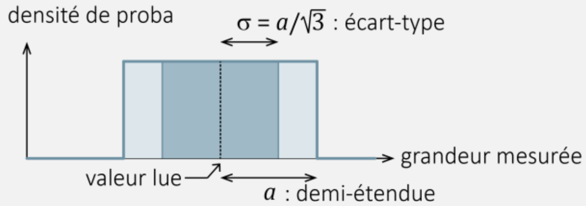
- Calculer les **écarts-types** associés à ces deux sources d'erreur.
  - **Écart-type associé à la résolution de l'affichage** :

$$\sigma_{\text{résol}} = \frac{a_{\text{résol}}}{\sqrt{3}}$$

Pourquoi divise-t-on $a_{\text{résol}}$ par $\sqrt{3}$?

On estime que toutes les valeurs de la grandeur mesurée comprises dans l'intervalle de demi-étendue $a_{\text{résol}}$ sont équiprobables. Dans notre exemple : toutes les valeurs comprises entre 12,0775 V et 12,0785 V ont la même probabilité.

La loi de probabilité associée est donc la loi uniforme, dont l'écart-type se calcule par $\sigma = a/\sqrt{3}$



- **Écart-type associé à l'erreur maximale** :

  Pour calculer cet écart-type il faut savoir à quelle loi de probabilité l'indication du fabricant est associée. Comme cette loi sous-jacente est rarement documentée il faut faire un choix.

  Choix n°1 : on estime que toutes les valeurs comprises dans l'intervalle de demi-étendue a_{EM} sont équiprobables (ce qui revient à « envisager le pire »). On a alors :

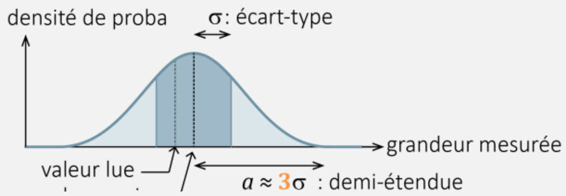
$$\sigma_{\mathrm{EM}} = \frac{a_{\mathrm{EM}}}{\sqrt{3}}$$

  Choix n°2 (plus inhabituel mais certainement plus raisonnable) : on estime qu'il est plus probable d'avoir une erreur nulle qu'une erreur extrémale ; autrement dit la valeur vraie est la plus probable, au centre d'une loi normale. On a alors :

$$\sigma_{\mathrm{EM}} = \frac{a_{\mathrm{EM}}}{3}$$

Pourquoi diviser a_{EM} par 3 ?

Si la loi de probabilité sous-jacente est une loi normale d'écart-type σ, alors l'intervalle de demi-étendue 3σ contient 99,8% des valeurs possibles de la grandeur mesurée. On peut donc associer cette demi-étendue à la valeur de a_{EM} déduite de la notice.



- Calculer l'incertitude-type en composant les deux sources d'erreur précédentes par la relation :

$$u = \sqrt{\sigma_{\mathrm{résol}}^2 + \sigma_{\mathrm{EM}}^2}$$

Exemple : revenons à la mesure d'une tension avec un multimètre

> Écart-type associé à l'affichage :
>
> $$\sigma_{\mathrm{résol}} = \frac{0{,}0005}{\sqrt{3}} = 0{,}00029\ \mathrm{V}$$
>
> Écart-type associé à l'EMT :
>
> $$\underbrace{\sigma_{\mathrm{EM}} = \frac{0{,}0076234}{\sqrt{3}} = 0{,}0044\ \mathrm{V}}_{\text{si on considère que toutes les valeurs sont équiprobables (choix 1 précédent)}} \quad \text{ou} \quad \underbrace{\sigma'_{\mathrm{EM}} = \frac{0{,}0076234}{3} = 0{,}0025\ \mathrm{V}}_{\text{si on considère que la valeur vraie est la plus probable (choix 2 précédent)}}$$
>
> Quel que soit le choix opéré pour estimer σ_{EM}, si l'on se contente de deux chiffres significatifs le poids de la résolution comme source d'erreur est négligeable (ce qui illustre notre première phrase : sans la notice, on ne peut rien faire) et on obtient l'incertitude-type :
>
> $$u(U) = \sqrt{\sigma_{\mathrm{résol}}^2 + \sigma_{\mathrm{EM}}^2}$$
> $$\approx \sigma_{\mathrm{EM}} = \underbrace{0{,}0044\ \mathrm{V}}_{\text{choix 1}} \text{ ou } \underbrace{0{,}0025\ \mathrm{V}}_{\text{choix 2}}$$

Que dire aux élèves ?

- C'est l'enseignant qui fournit la méthode à suivre. Au niveau lycée, nous recommandons de négliger le poids de la résolution dans les sources d'erreur et de fournir « clef en mains » la relation à appliquer.
- Nous recommandons également d'opter pour le choix n°2 concernant le calcul de l'écart-type associé à l'erreur maximale garantie : n'y a aucune raison de toujours envisager le pire.

Dans l'exemple qui a suivi de fil conducteur à cette fiche, il suffira donc d'indiquer à l'élève :

L'incertitude-type de la tension mesurée sera estimée avec la relation :

$$u(U) = \frac{1}{3}(0{,}03\% \times \text{valeur lue} + 4 \times \text{digit})$$