

Mesures et incertitudes : fiche pour le professeur

Exprimer un résultat de mesure

Notation, chiffres significatifs : comment exprimer un résultat de mesure ?

La question des notations : faut-il utiliser le symbole « ± » ?

Partons d'un exemple : on mesure au pH-mètre le pH d'une solution et on évalue l'incertitude-type. On trouve :

$$pH = 10,38 \text{ et } u(pH) = 0,13$$

Un usage encore persistant incite à écrire, en guise de conclusion :

$$\ll pH = 10,38 \pm 0,13 \gg$$

Mais cette écriture suggère que :

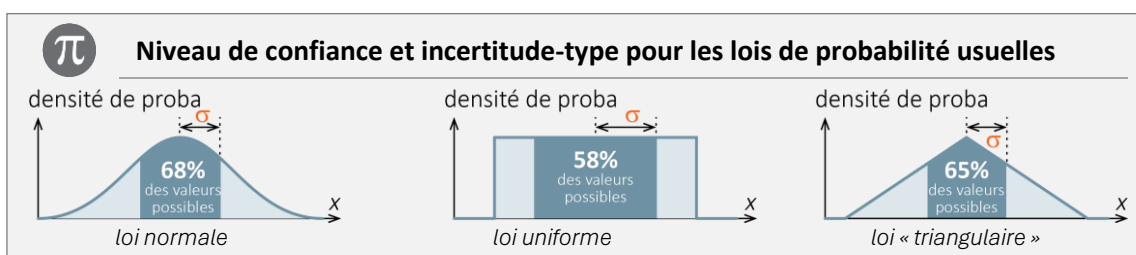
- l'on serait *certain* que le pH appartienne à un intervalle de demi-largeur 0,13 ;
- la valeur mesurée serait *au centre* de cet intervalle.

Or **ces deux affirmations sont fausses**. Reprenons-les l'une après l'autre.



■ L'incertitude-type ne délimite pas un intervalle des valeurs possibles

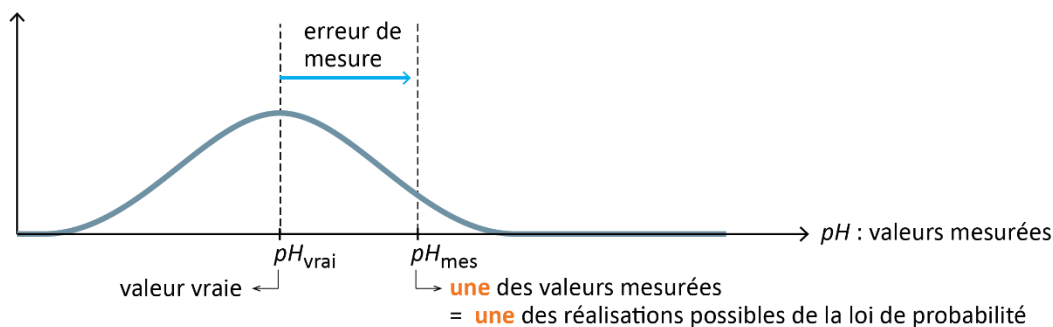
Une incertitude-type est la demi-largeur d'un intervalle dans lequel la valeur a *une certaine probabilité* de se trouver (appelée niveau de confiance, notion non-enseignée au lycée). Cette probabilité dépend de la loi de probabilité sous-jacente (voir encadré ci-dessous). Quelle que soit cette loi, la probabilité que la valeur mesurée soit en dehors de cet intervalle est non-négligeable et les élèves ne doivent pas croire le contraire.



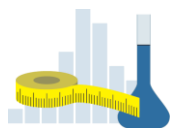
■ La valeur mesurée n'est pas au centre de la loi de probabilité

Lorsque l'on réalise une mesure, le résultat de mesure est une réalisation de la loi de probabilité des valeurs mesurées. Si l'on suppose qu'il n'y a pas d'erreurs systématiques ou qu'elle ont été corrigées, cette loi de probabilité est centrée sur la valeur vraie, elle-même inconnue par définition. Pour reprendre l'exemple de la mesure du pH, on peut représenter la situation ainsi :

loi de probabilité des valeurs mesurées



Si la mesure est reproduite une seconde fois, on trouvera une autre valeur de pH, soit une autre réalisation de la loi de probabilité précédente mais cela ne change ni ladite loi ni sa valeur centrale.



En conséquence, considérer la valeur mesurée comme la plus probable n'a pas de sens puisque celle-ci est différente à chaque réalisation.

Il n'est donc pas opportun de présenter la valeur mesurée comme la valeur centrale.

■ Que faire avec les élèves ?

Pour les raisons développées précédemment **la notation « ± » doit être évitée au lycée**. On lui préférera une formulation du type :

$$x = \dots \text{ avec } u(x) = \dots$$

Ainsi le résultat de mesure s'exprime simplement à l'aide de la valeur mesurée (ou la moyenne des valeurs) et l'incertitude type associée, représentative de la dispersion des erreurs de mesure.

Remarque : l'incertitude type associée n'est qu'une estimation de l'écart type de la loi de probabilité des erreurs de mesure, elle-même inconnue (une infinité de mesures étant nécessaire pour la connaître).

Cette manière d'exprimer le résultat de mesure est suffisante pour discuter de la validité d'un résultat. Il est en effet proposé de comparer l'écart entre la valeur mesurée et la valeur de référence avec l'incertitude type.

La question des chiffres significatifs

■ Quand faut-il s'intéresser aux chiffres significatifs ?

Diverses règles censées régir le comptage des chiffres significatifs (CS), coexistent dans nos enseignements et se télescopent au point d'apporter de la confusion. Deux exemples :

- ▶ lorsqu'une grandeur est calculée et les incertitudes des différents termes de son expression non connues, un usage persistant veut que la valeur calculée ait le même nombre de CS que la donnée qui en a le moins (dans le cas d'une relation produit / quotients, cas le plus courant en physique-chimie) ;
- ▶ lorsque l'incertitude est connue, le dernier CS de la valeur à retenir doit concerner une décimale du même rang que le dernier chiffres conservé pour l'incertitude.

Or **ces deux règles se contredisent** sur le sens du mot « significatif » : la première revient à ne conserver que les chiffres dont on pense être sûr alors que la seconde consiste à écrire, en plus, les premiers chiffres dont on doute. Pour lever cette ambiguïté nous proposons de n'accorder de l'importance aux CS que pour écrire le résultat d'une mesure, **à condition que son incertitude soit connue**.

Écrire un résultat de mesure DONT L'INCERTITUDE EST CONNUE

■ Comment arrondir l'incertitude-type ?

Il n'existe pas de règle stricte en la matière. Au lycée, on peut se limiter à **un ou deux chiffres significatifs**.

Remarque 1 : une « règle » autrefois répandue, a consisté à arrondir obligatoirement à un seul chiffre toute incertitude. C'était censé simplifier les choses... mais ça n'a pas toujours été vrai.

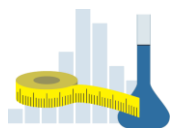
Exemple : un élève a mesuré la vitesse du son et obtenu une incertitude de valeur $u(v) = 21,56 \dots \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vouloir à tout prix arrondir à 1 CS oblige à employer la notation scientifique, or écrire « $22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ » est plus simple et chargé de sens pour un élève que l'écriture : $u(v) = 2 \times 10^1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$!

Remarque 2 : une autre coutume qui a encore la vie dure a consisté à arrondir systématiquement l'incertitude à la valeur supérieure. Si l'on reprend l'exemple précédent, l'incertitude de la vitesse du son, arrondie à 1 CS selon cette « règle » deviendrait : $u(v) = 3 \times 10^1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, ce qui revient à la surestimer de 30% environ... absolument rien ne le justifie et aucune référence sérieuse en métrologie n'a jamais préconisé cela.

■ Comment arrondir la valeur mesurée ?

Le dernier chiffre significatif de la valeur mesurée **doit porter sur la décimale du même rang que le dernier chiffres conservé pour l'incertitude**.

Remarque : autrement dit, *un chiffre significatif n'est pas un chiffre dont on est sûr*. Cela n'empêche pas qu'il s'agisse d'un chiffre qui a du sens.



■ **Exemple** : reprenons le pH-mètre évoqué précédemment :

Et supposons que l'estimation de l'incertitude-type donne, par application d'un critère donné :

$$u(pH) = 0,12845 \dots$$

Alors :

- ▶ si l'on a choisi de ne conserver qu'un seul CS à l'incertitude-type (ce choix peut être justifié si le dernier chiffre affiché n'est pas stable), on écrira :
 $pH = 10,4$ avec $u(pH) = 0,1$ (le pH et son incertitude-type sont arrondis au 10^{ème})
- ▶ si l'on a choisi de conserver deux CS à l'incertitude-type on écrira :
 $pH = 10,38$ avec $u(pH) = 0,13$ (le pH et son incertitude-type sont arrondis au 100^{ème})



Que dire aux élèves ?

Pour éviter que plusieurs règles de comptage des chiffres coexistent, plus ou moins validées par l'institution, nous préconisons :

- de ne pas faire du comptage des chiffres une priorité : cela ne doit pas prendre le pas sur le fond ;
- de n'accorder une importance aux CS que dans le cas de valeurs mesurées ou calculées, dont l'incertitude est connue ;
- de considérer comme raisonnable de conserver un ou deux chiffres significatifs, sans que cela soit une prescription ferme ;
- d'exiger des élèves qu'ils adaptent par eux-mêmes le nombre de CS de la valeur mesurée à l'incertitude.