



Mesures et incertitudes : exercice pour le professeur

Simuler la composition des incertitudes



Des exercices pour le professeur... pour quoi faire ?

Une des difficultés que nous rencontrons lorsque nous enseignons les incertitudes est de faire utiliser à nos élèves des relations complexes dont ils ne connaissent pas l'origine (et, avouons-le, parfois, nous non-plus). Ces relations, rappelées dans les « fiches professeur » proposées dans cette collection, sont issues de la théorie des probabilités et se démontrent à l'aide de calculs sur les variables aléatoires. Il est hors de question d'exposer cela à nos élèves mais nous pouvons donner du sens à ces concepts à l'aide d'outils de simulation. Les exercices professeur que nous proposons ont ce double objectif :

- ▶ aider le professeur à s'appropriier les propriétés et relations qu'il fait utiliser à ses élèves ;
- ▶ lui donner des outils et des idées pour illustrer ses cours : les exercices proposés peuvent être reproduits devant les élèves pour les aider à comprendre. L'exercice proposé dans cette fiche pourra notamment être utilisé pour illustrer les formules utilisées lorsque plusieurs sources d'erreur affectent une mesure.

Pour traiter cet exercice, ouvrir le simulateur « simulaMESURE » en lien ci-dessous :



Ouvrir le deuxième onglet de SimulaMESURE : « *sources d'erreur multiples* ». Ce programme tire au sort un grand nombre de valeurs d'une variable qui est elle-même **la somme de plusieurs variables aléatoires** dont les paramètres (écart-type et biais) sont réglables. Dans ce module c'est l'erreur de mesure qui est représentée (et non pas la valeur mesurée).

Pour toutes les opérations à suivre, on gardera le nombre maximal de mesurées simulées afin d'obtenir des histogrammes « lisses ».

Illustration de l'additivité des variances

Exemple 1

- Sélectionner deux sources d'erreur, toutes deux associées à une loi normale d'écart-type 3 et sans biais. Lancer la simulation.
- Dans les options d'affichage, sélectionner « *Afficher la moyenne m et l'écart-type s de l'échantillon obtenu* ». L'écart-type de l'échantillon est voisin de 4,24, ce qui correspond bien au résultat de la loi de composition :

$$s^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \text{ donc } s = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{2\sigma_1^2} = \sigma_1\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \approx 4,24$$

Exemple 2

- Sélectionner trois sources d'erreur :
 - ▶ Source 1 : loi normale d'écart-type $\sigma_1 = 3$;
 - ▶ Source 2 : loi uniforme de demi-étendue $a_2 = 2$;
 - ▶ Source 3 : loi triangulaire de demi-étendue $a_3 = 2,5$.
- Le calcul donne :

$$\sigma_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ et } \sigma_3 = \frac{2,5}{\sqrt{6}} \text{ Donc : } s = \sqrt{3^2 + \frac{2^2}{3} + \frac{2,5^2}{6}} \approx 3,37$$

- Lancer la simulation et vérifier que l'écart-type de l'échantillon est bien voisin de celui calculé précédemment.

Illustration de l'additivité des biais

- Associer à chacune des sources d'erreur précédentes un biais (erreur systématique).
- Lancer la simulation et vérifier que la moyenne des erreurs est bien voisine de la somme des biais.