



Mesures et incertitudes : exercice pour le professeur

Incertitude d'une moyenne de n mesures



Des exercices pour le professeur... pour quoi faire ?

Une des difficultés que nous rencontrons lorsque nous enseignons les incertitudes est de faire utiliser à nos élèves des relations complexes dont ils ne connaissent pas l'origine (et, avouons-le, parfois, nous non-plus). Ces relations, rappelées dans les « fiches professeur » proposées dans cette collection, sont issues de la théorie des probabilités et se démontrent à l'aide de calculs sur les variables aléatoires. Il est hors de question d'exposer cela à nos élèves mais nous pouvons donner du sens à ces concepts à l'aide d'outils de simulation. Les exercices professeur que nous proposons ont ce double objectif :

- ▶ aider le professeur à s'appropriier les propriétés et relations qu'il fait utiliser à ses élèves ;
- ▶ lui donner des outils pour illustrer ses cours : les exercices proposés peuvent être reproduits devant les élèves pour les aider à comprendre. Par exemple : même s'il ne sait pas démontrer que l'incertitude-type d'une moyenne de n mesures s'estime en divisant un écart-type par \sqrt{n} , un élève sera moins en difficulté s'il « voit » que cette relation se vérifie.

Pour traiter cet exercice, ouvrir le simulateur « *simulaMESURE* » en lien ci-dessous :



Avec la loi normale

- Rester dans le premier onglet « *une seule source d'erreur* ». Effectuer les réglages suivants :
 - ▶ nombre de mesures simulées maximal (1 000 000) ;
 - ▶ loi de probabilité normale ;
 - ▶ écart-type de 3 et espérance de 50.
- Réaliser une simulation.
- Dans les options d'affichage, sélectionner « *Afficher la moyenne m et l'écart-type s de l'échantillon obtenu* » et noter la valeur de l'écart-type de l'échantillon s .
- Dans les options d'affichage, sélectionner « *voir les anciens histogrammes* ».
- Dans les paramètres de la simulation, sélectionner « *chaque mesure simulée est une moyenne de n valeurs* » et régler n à 2.
- Réaliser une simulation. On constate :
 - ▶ que les valeurs sont moins dispersées ;
 - ▶ que l'écart-type échantillon est désormais inférieur à 3.
- Augmenter progressivement n et réaliser chaque fois une nouvelle simulation afin de constater que les valeurs sont de moins en moins dispersées. On vérifiera au passage que :
 - ▶ pour $n = 4$: $s_{\text{exp}} \approx 1,5 = 3/\sqrt{4}$;
 - ▶ pour $n = 9$: $s_{\text{exp}} \approx 1 = 3/\sqrt{9}$;
 - ▶ pour $n = 16$: $s_{\text{exp}} \approx 0,75 = 3/\sqrt{16}$;On illustre ainsi la relation que nos élèves doivent savoir utiliser, exprimant l'incertitude-type d'une moyenne de n mesures :

$$u(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Autres lois de probabilités

Reproduire les opérations ci-dessus en sélectionnant successivement les autres lois de probabilités proposées. On constate :

- ▶ que la relation exprimant l'incertitude d'une moyenne de n mesures reste valable ;
- ▶ que plus n est élevé, plus la distribution des valeurs obtenues se rapproche de la loi normale.

NB : attention, pour les lois de probabilités autres que la loi normale c'est la demi-étendue et non l'écart-type qui est réglé par l'utilisateur. σ est donc calculé à l'aide de la relation appropriée.