Mesures et incertitudes : exercice pour le professeur

Simuler des mesures répétées

Des exercices pour le professeur… pour quoi faire ?

Une des difficultés que nous rencontrons lorsque nous enseignons les incertitudes est de faire utiliser à nos élèves des relations complexes dont ils ne connaissent pas l'origine (et, avouons-le, parfois, nous non-plus). Ces relations, rappelées dans les « fiches professeur » proposées dans cette collection, sont issues de la théorie des probabilités et se démontrent à l'aide de calculs sur les variables aléatoires. Il est hors de question d'exposer cela à nos élèves mais nous pouvons donner du sens à ces concepts à l'aide d'outils de simulation. Les exercices professeur que nous proposons ont ce double objectif :

- aider le professeur à s'approprier les propriétés et relations qu'il fait utiliser à ses élèves ;
- lui donner des outils et des idées pour illustrer ses cours : les exercices proposés peuvent être en partie reproduits devant les élèves pour les aider à comprendre. Les simulations proposées ici pourront notamment être utilisées pour donner du sens à la notion d'écart-type.

Pour traiter cet exercice, ouvrir le simulateur « simulaMESURE » en lien ci-dessous :

Influence du nombre de « mesures » simulées

SimulaMESURE est un programme qui tire au sort un grand nombre de valeurs d'une variable aléatoire dont les propriétés sont ajustables : espérance (moyenne), loi de probabilité et son écart-type associé. Par défaut la loi de probabilité est la loi normale et l'écart-type associé vaut 3.

- Conserver les réglages par défaut de la loi de probabilité réalisée et choisir un échantillon de N de mesures avec N faible (environ égal à 100). Réaliser une simulation : l'histogramme des valeurs obtenues s'affiche.
- Dans les options d'affichage, activer « *Afficher la loi de probabilité réalisée par chaque mesure simulée* ». La courbe bleue qui s'affiche correspond à la dispersion de la population entière. On voit que l'histogramme des valeurs simulées n'épouse pas parfaitement la loi de probabilité.

  > NB : La courbe bleue représente la loi de probabilité réalisée par la variable aléatoire : ses paramètres μ (espérance) et σ (écart-type) sont ceux que l'utilisateur a choisis. Elle correspond à la population entière : celle que l'on obtiendrait en réalisant une infinité de mesures.

- Dans les options d'affichage, sélectionner « *Afficher la moyenne m et l'écart-type s de l'échantillon obtenu* » et « *Afficher la valeur cible μ et l'écart-type σ associés à la loi de probabilité* ». On voit que l'échantillon obtenu ne satisfait pas exactement les propriétés de la loi de probabilité réalisée.

  > NB : μ (espérance) et σ (écart-type) sont ceux que l'utilisateur a choisis : ce sont les paramètres de la loi de probabilité réalisée par la variable aléatoire ; m et s sont quant à eux la moyenne et l'écart-type constatés.

- Effectuer plusieurs simulations successives et observer que l'écart-type et la moyenne de l'échantillon obtenu varient de manière visible.
- Recommencer avec des valeurs de N croissantes : 1000, 10000, 1000000 et constater que plus N est élevé :
  - plus l'histogramme obtenu est contenu dans une « enveloppe » lisse ;
  - plus la répartition des mesures simulées est proche de la loi de probabilité : la moyenne m et l'écart-type s de l'échantillon obtenu tendent vers les paramètres μ et σ de la loi de probabilité réalisée.

Influence de l'écart-type

- Effectuer les réglages suivants avant d'effectuer une simulation :
  - nombre de mesures simulées maximal (1 000 000) ;
  - loi de probabilité normale ;
  - écart-type de 3 et espérance de 50.

- Effectuer une première simulation
- En bas à gauche de l'écran, sélectionner l'option « voir les anciens histogrammes ».
- Diminuer progressivement l'écart-type σ (2,5 ; 2 ; 1,5 puis 1) et refaire une simulation après chaque changement. Observer l'évolution de l'histogramme obtenu et constater que :
  - plus σ est faible plus l'histogramme « est étroit » ;
  - plus σ est faible plus l'histogramme « monte haut ».

  Cela permet d'associer σ à la dispersion des valeurs obtenues.