

Chute verticale dans un fluide visqueux

Baccalauréat de mars 2023 – exercice 1 du sujet de Polynésie

■ Physique-Chimie : mouvements et interactions

- Citer et exploiter la relation entre les coordonnées du vecteur-vitesse et celles du vecteur-accélération.
- Citer et exploiter les lois de Newton.
- Établir l'expression de la vitesse en régime permanent lorsqu'il existe des forces de frottement fluide.
- Modéliser un mouvement vertical avec frottement visqueux :
 - établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse ;
 - caractériser le régime permanent ;
 - identifier le temps caractéristique ;
 - établir la loi horaire d'évolution de la vitesse.
- Exploiter des résultats expérimentaux pour identifier le régime permanent et estimer le temps caractéristique.

■ Mathématiques : équations différentielles

- Vérifier qu'une fonction donnée est solution d'une équation différentielle.
- Déterminer l'ensemble des solutions d'une équation différentielle du type : $y' = ay + b$.
- Déterminer la solution d'une équation différentielle du type : $y' = ay + b$ vérifiant une condition initiale $y(x_0)$ donnée.

Cet exercice propose de modéliser la chute verticale d'une bille de plomb dans une huile alimentaire.

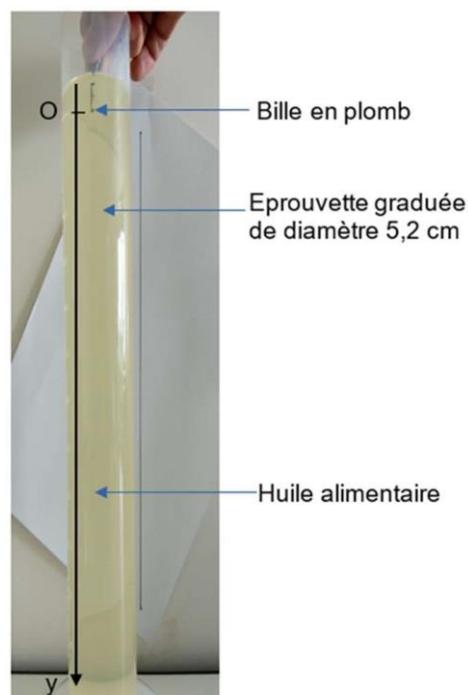
Données :

- Les actions exercées par le fluide sur la bille sont modélisées par une force de frottement fluide :
$$\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{v}$$
dans laquelle η est la viscosité du fluide, r est le rayon de la bille et \vec{v} le vecteur vitesse de la bille ;
- intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- intervalle des valeurs courantes de la viscosité η d'une huile alimentaire : entre 60 et 100 mPa · s.

Une bille de plomb de rayon $r = 1,03 \text{ mm}$ et de masse $m = 0,056 \text{ g}$ est lâchée à $t = 0 \text{ s}$ sans vitesse initiale dans une huile alimentaire (photo ci-dessous).

On nomme $v(t)$ la valeur de la vitesse de la bille, exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, à l'instant t , exprimé en seconde.

L'axe Oy est orienté suivant la verticale descendante.



Le pointage des positions successives de la bille permet de tracer l'évolution de sa vitesse en fonction du temps :

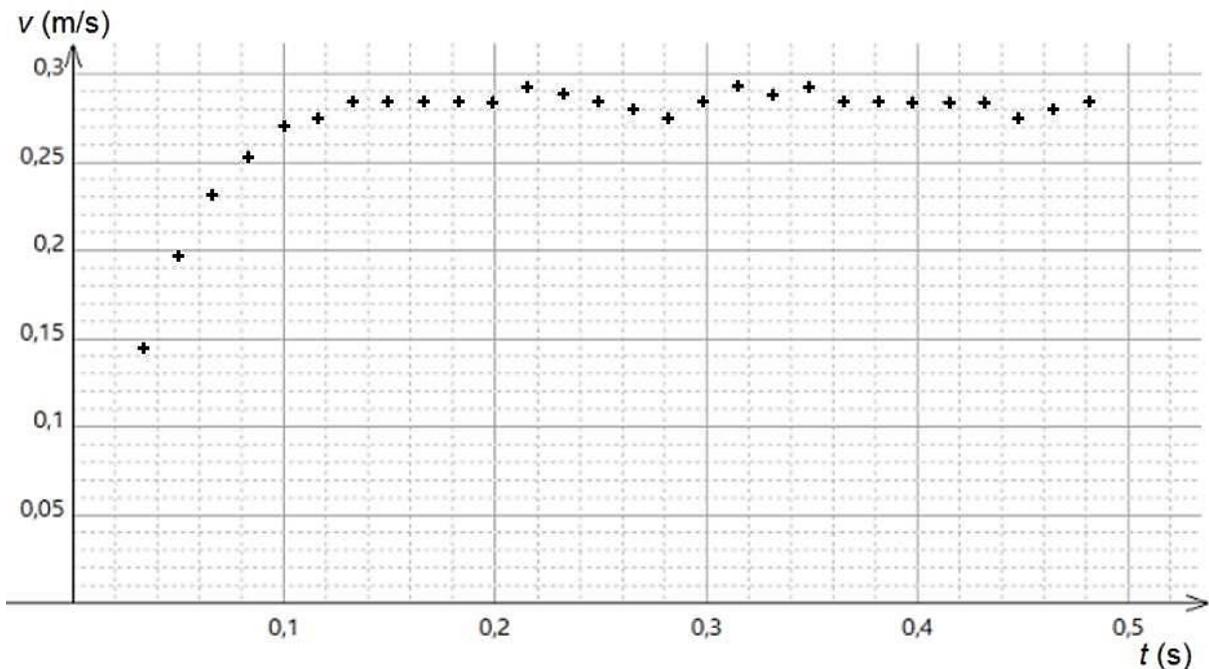


Figure 1. Vitesse de la bille en fonction du temps

- Justifier, à partir des résultats de la figure 1, que la chute de la bille n'est pas une chute libre.
Un système est en chute libre s'il n'est soumis qu'à son poids.
Entre $t = 0$ et $t = 0,12$ s, le mouvement de la bille est rectiligne accéléré au début du mouvement puis devient rectiligne uniforme : les forces qui s'exercent sur le système se compensent. Le poids, vertical vers le bas est donc compensé par une force de frottement fluide de sens et direction opposés et de même valeur : la bille n'est pas soumise qu'à son poids ; elle n'est donc pas en chute libre.
- Estimer graphiquement la valeur de la vitesse de chute de la bille en régime permanent.
En régime permanent, la vitesse est constante et on peut estimer graphiquement sa valeur à $0,28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pour la suite de l'exercice, on prendra comme valeur de la viscosité de l'huile alimentaire $\eta = 80 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

- En considérant le système {bille} dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, écrire l'expression vectorielle de la seconde loi de Newton.
On étudie le mouvement de la bille dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
La bille est soumise à deux forces : son poids et la force de frottement fluide.
La deuxième loi de Newton énonce que dans un référentiel galiléen, la résultante des forces exercées sur le système est égale au produit de sa masse m et du vecteur-accélération \vec{a} de son centre d'inertie.
La seconde loi de Newton appliquée au système « bille » permet d'écrire l'expression vectorielle :
$$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$$

- En déduire, par projection de la deuxième loi de Newton sur l'axe (Oy) , que la vitesse de chute de la bille doit vérifier l'égalité :

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{6\pi\eta r}{m}v + g$$

Le mouvement a lieu seulement sur l'axe (Oy) , on peut projeter cette relation sur l'axe vertical Oy en exprimant tous les termes qui en dépendent en fonction de v :

$$\vec{P} + \vec{f} = m_{bille}\vec{a}$$

Les coordonnées des vecteurs projetées sur l'axe (Oy) sont :

$$\vec{P}(P_y = mg)$$

$$\vec{f}(f_y = -6\pi\eta r v)$$

$$\vec{a} \left(a_y = \frac{dv}{dt} \right)$$

D'après la deuxième loi de Newton projetée sur l'axe (Oy) :

$$P_y + f_y = ma_y$$

Soit :

$$\begin{aligned} mg - 6\pi\eta Rv &= m \frac{dv}{dt} \\ \frac{dv}{dt} &= g - \frac{6\pi\eta R}{m} v \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{6\pi\eta R}{m} v + g \end{aligned}$$

Étude mathématique de la vitesse

On souhaite déterminer une expression de la vitesse de la chute de la bille. Les données physiques de l'expérience conduisent à résoudre l'équation différentielle (E) :

$$y' = -27,7y + 9,81$$

5. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions de la forme :

$$f(t) = Ce^{-27,7t} + \frac{9,81}{27,7} \text{ où } C \text{ est un réel}$$

6. Montrer que l'unique solution v de l'équation différentielle (E) qui vérifie $v(0) = 0$ est définie par l'expression

$$v(t) = \frac{9,81}{27,7} \times (1 - e^{-27,7t})$$

$v(0) = 0$ signifie que

$$\begin{aligned} Ce^{-27,7 \times 0} + \frac{9,81}{27,7} &= 0 \\ C &= -\frac{9,81}{27,7} \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} v(t) &= -\frac{9,81}{27,7} e^{-27,7t} + \frac{9,81}{27,7} \\ v(t) &= \frac{9,81}{27,7} \times (1 - e^{-27,7t}) \end{aligned}$$

7. Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-27,7t} = 0 \text{ donc } \lim_{t \rightarrow +\infty} 1 - e^{-27,7t} = 1$$

Finalement :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{9,81}{27,7} \times (1 - e^{-27,7t}) = \frac{9,81}{27,7}$$

Analyse du modèle obtenu

Dans cette expérience, la valeur de la vitesse de la bille, exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, en fonction du temps t exprimé en s , est donnée par la fonction v définie sur $[0 ; 0,5]$ dont l'expression est :

$$v(t) = 0,35 \times (1 - e^{-27,7t})$$

8. Vérifier la cohérence de l'ordre de grandeur de la limite obtenue à la question 7 avec celui de la vitesse en régime permanent estimée à la question 2. Proposer une justification à l'écart observé.

La vitesse en régime permanent a été estimée à $0,35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: elle est supérieure à celle obtenue expérimentalement. Cet écart est expliqué par la poussée d'Archimède qui a été négligée dans l'étude théorique. Cette force est opposée au mouvement, son travail est résistant, la vitesse limite atteinte est donc plus faible.

Le silicium dans les molécules organiques et dans les panneaux photovoltaïques.

Baccalauréat de mars 2023 – exercice 2 du sujet de Polynésie

■ Physique-Chimie : constitution de la matière

- Repérer les groupes caractéristiques dans une formule chimique donnée (1^{ère})
- Associer les fonctions alcool, aldéhyde, cétone, acide carboxylique et amine à un groupe caractéristique (1^{ère})
- Interpréter le schéma de Lewis de molécules contenant des doublets liants, doublets non liants (1^{ère})
- Utiliser la théorie VSEPR pour déterminer la géométrie d'espèces de formules chimiques AX_nE_m avec $n+m \leq 4$, l'atome central étant donné (1^{ère})
- Définir une molécule chirale
- Déterminer la configuration absolue d'un atome de carbone asymétrique

■ Physique-Chimie : énergie : conversions et transferts – énergie électrique – énergie et ondes

- Citer et exploiter l'expression de la puissance électrique fournie par un générateur et reçue par un récepteur
- Définir une source idéale de tension
- Citer et exploiter la relation entre le flux énergétique (en W) et l'éclairage énergétique (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)
- Estimer le rendement d'un panneau photovoltaïque à partir de données expérimentales fournies

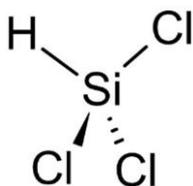
■ Capacité numérique

- Utiliser un programme informatique

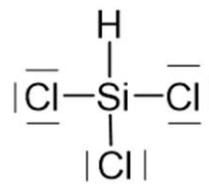
Les propriétés semi-conductrices du silicium et son abondance sur Terre en font un candidat de choix pour la fabrication des panneaux photovoltaïques.

Silicium et structure spatiale de molécules

Le trichlorosilane est un intermédiaire dans la fabrication du silicium ultra-pur. Une représentation de Cram est donnée ci-dessous.



Un schéma de Lewis de la molécule de trichlorosilane est :



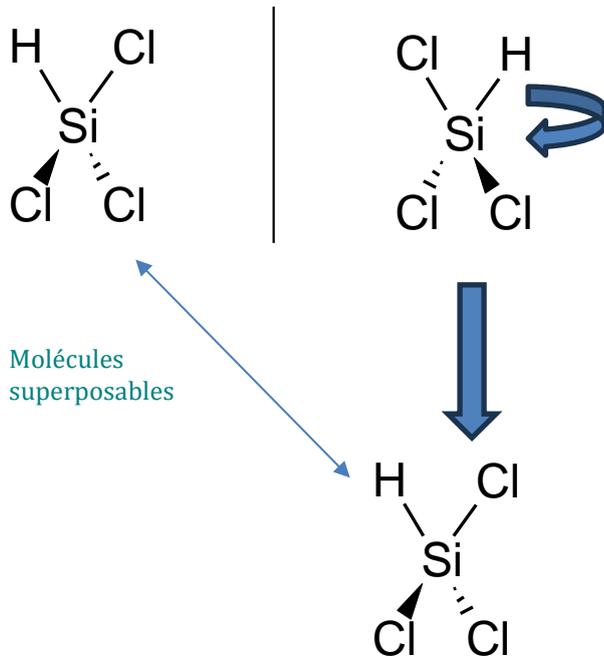
1. Déterminer la géométrie autour de l'atome de silicium dans la molécule de trichlorosilane à l'aide de la théorie VSEPR. La comparer à une géométrie courante autour des atomes de carbone dans les molécules organiques.

Le type d'édifice de cette molécule est AX₄ (atome central Si lié à quatre autres atomes, pas de doublet non liant sur l'atome central).

La figure de répulsion correspondante est tétraédrique. Comme il n'y a pas de doublet non liant sur l'atome central, la géométrie de cette molécule est également tétraédrique.

Il s'agit de la même géométrie que celle existant autour des atomes de carbone liés simplement à 4 atomes.

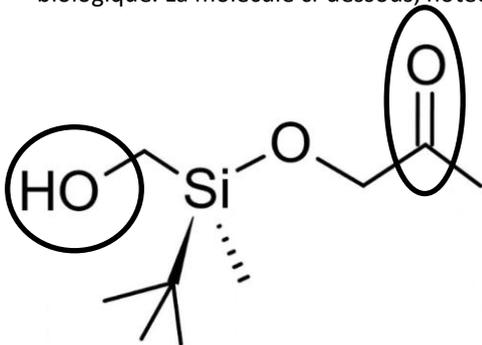
2. Préciser en justifiant la réponse, si la molécule de trichlorosilane est chirale.



La molécule de trichlorosilane est superposable à son image dans un miroir plan : elle n'est donc pas chirale

Molécules superposables

Les molécules organiques contenant du silicium sont aussi utilisées pour synthétiser des molécules d'intérêt biologique. La molécule ci-dessous, notée A, permet la fabrication au laboratoire d'une phéromone naturelle.



3. Repérer deux groupes caractéristiques de la molécule, les recopier dans la copie et donner le nom de la fonction chimique associée à chacun d'entre eux.

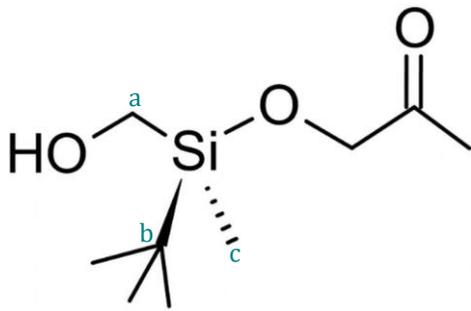
HO- : groupe hydroxyle, fonction alcool.

C=O : groupe carbonyle, fonction cétone.

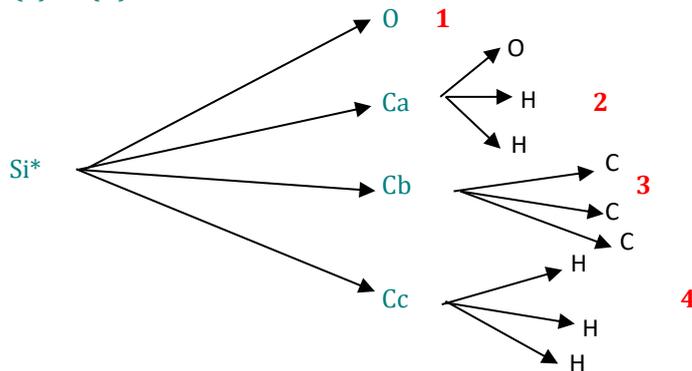
4. Donner la définition d'un atome de carbone asymétrique.

Un atome de carbone asymétrique est un atome de carbone lié à quatre atomes ou groupements d'atomes différents

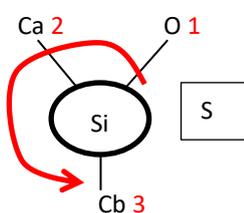
5. Appliquer les règles de Cahn, Ingold et Prelog aux quatre groupes d'atomes portés par l'atome de silicium dans la molécule A pour leur classement par ordre de priorité.



$Z(O) > Z(C) > Z(H)$



6. Déduire la configuration absolue de l'atome de silicium de la molécule, avec la même méthode que celle utilisée pour un atome de carbone.



Le substituant le plus faible (Cc) étant placé à l'arrière du plan, les substituants défilent par ordre de priorité décroissante dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. L'atome de silicium a donc une configuration absolue S.

Structure cristalline des cellules en silicium d'un panneau photovoltaïque

Données : dimensions de la cellule photovoltaïque : 9,7 cm x 7,6 cm.

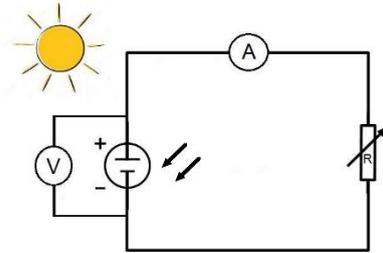
Différents types de cellules en silicium sont utilisées pour fabriquer des panneaux photovoltaïques :

- les cellules monocristallines (sc-Si) dont le rendement commercial des modules se situe entre 13 et 21 %. Cette technologie est avantageuse, mais présente un coût élevé en raison du prix des matériaux et de la quantité d'énergie requise pour leur fabrication ;
- les cellules polycristallines (mc-Si) dont le coût de fabrication est plus avantageux mais qui présentent un rendement entre 11 et 18 % plus faible que les cellules monocristallines. Environ 57 % des panneaux photovoltaïques vendus dans le monde se composaient de cellules mc-Si en 2011 ;
- les cellules au silicium amorphe (a-Si) ne contenant du silicium que sur une épaisseur d'environ 1 μm . Le caractère amorphe, c'est-à-dire désordonné des atomes de silicium dans ces cellules entraîne des rendements plus faibles, compris entre 6 et 8 %. Jusqu'en 2000, cette technologie a principalement été destinée à alimenter de petits appareils électroniques, comme des montres ou des calculatrices.

D'après le site Futura-Sciences

Dans le cadre de l'étude expérimentale d'un panneau photovoltaïque, on mesure la tension U (en V) aux bornes du panneau photovoltaïque et l'intensité I (en A) du courant qu'il délivre lorsqu'il alimente une résistance variable R

branchée à ses bornes grâce au dispositif expérimental ci-dessous :



Les mesures obtenues sont intégrées dans un programme écrit en langage Python pour déterminer la puissance électrique délivrée, notée P_e , dans le circuit par le panneau. Une capture d'écran d'un extrait du programme est donnée ci-après.

1	<code>import matplotlib.pyplot as plt</code>
2	<code># Valeurs de la tension (en V)</code>
3	<code>U=[0.1113,0.613,1.141,1.61,1.806,1.905,1.964,2.005,2.034,2.049,2.073,2.148,2.151,2.167,2.166,2.173,2.171,2.175,2.173,2.173,2.172,2.173,2.171,2.171,2.169,2.166,2.165,2.164,2.166,2.168,2.169,2.17,2.172,2.172,2.172]</code>
4	<code># Valeurs de l'intensité (en A)</code>
5	<code>I=[0.536,0.535,0.533,0.496,0.427,0.364,0.318,0.274,0.241,0.221,0.192,0.102,0.087,0.062,0.0579,0.0477,0.0457,0.0394,0.03636,0.03362,0.03126,0.02909,0.02764,0.02572,0.02446,0.02292,0.02147,0.0206,0.01512,0.01057,0.0841,0.00509,0.00302,0.00226,0.00203]</code>
6	<code># Calcul de la puissance (en W)</code>
7	<code>Pe=[]</code>
8	<code>for k in range(len(U)):</code>
9	<code> Pe.append(U[k]*I[k])</code>
10	<code># Tracé des graphiques</code>
11	<code>plt.figure("graphique1")</code>
...	...
17	<code>plt.plot(I,U,'b+',markersize=10)</code>
18	<code>plt.figure("graphique2")</code>
...	...
24	<code>plt.plot(U,Pe,'b+',markersize=10)</code>
25	<code>plt.show()</code>

Le programme trace l'évolution de la tension U en fonction de l'intensité I puis l'évolution de la puissance P_e en fonction de la tension U aux bornes du générateur.

On peut aussi calculer l'intensité du courant correspondante en utilisant $P_{max} = U_m \times I_m$

$$I_m = \frac{P_{max}}{U_m}$$

$$I_m = \frac{0,8}{1,6}$$

$$I_m = 0,5 \text{ A}$$

9. Recopier sur la copie la ligne de code du programme écrit en langage Python qui calcule les valeurs successives de la puissance électrique libérée P_e .

7	Pe=[]
8	for k in range(len(U)):
9	Pe.append(U[k]*I[k])

Remarque : La question demande « la » ligne de code qui calcule les valeurs successives de la puissance électrique. Si on ne donne qu'une seule ligne, dans ce cas, il faut donner la ligne 9. Il apparaît toutefois logique de donner ces trois lignes car il faut bien les trois pour que toutes les valeurs successives de la puissance soient calculées et stockées dans la liste Pe.

10. Sachant que les mesures ont été réalisées sous un éclairement énergétique de $900 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, déterminer la nature probable de la cellule photovoltaïque (cellule monocristalline (sc-Si), cellule polycristalline (mc-Si) ou cellule au silicium amorphe (a-Si)).

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée

D'après le texte introductif de cet exercice, un des caractères qui différencie ces trois types de cellules est leur rendement. Pour tenter d'identifier la nature probable de la cellule photovoltaïque, on se propose donc de calculer son rendement.

$$\eta_{max} = \frac{P_{max}}{P_{lum}} \times 100$$

P_{max} étant la puissance électrique maximale fournie par la cellule photovoltaïque et P_{lum} étant la puissance lumineuse reçue par celle-ci.

$$P_{lum} = E \times S = E \times L \times \ell$$

E étant l'éclairement énergétique sous lequel les mesures ont été faites, S la surface de la cellule, L sa longueur et ℓ , sa largeur

$$\eta_{max} = \frac{P_{max}}{E \times L \times \ell} \times 100 = \frac{0,8}{900 \times 9,7 \times 10^{-2} \times 7,6 \times 10^{-2}} \times 100 = 12 \%$$

$$\eta_{max} = 12 \%$$

D'après les rendements annoncés, cette cellule pourrait être monocristalline (sc-Si) ou polycristalline (mc-Si). Ces dernières ayant un coût de fabrication moindre et étant plus répandues, on pourrait envisager que cette cellule soit polycristalline (mc-Si).

Piles électrochimiques et alimentation d'une voiture télécommandée

Baccalauréat de mars 2023 – exercice 4 du sujet de Polynésie

■ Physique-Chimie : transformation de la matière – réaction d'oxydo-réduction

- Préciser la polarité d'une pile, le nom de chaque électrode, le sens de déplacement des électrons, du courant et des ions (y compris dans le pont salin).
- Ecrire l'équation de la réaction modélisant le fonctionnement de la pile à partir de la polarité de la pile et des couples redox impliqués.
- Déterminer la quantité d'électricité disponible dans une pile à partir des quantités de matière initiales.

■ Physique-Chimie : énergie : conversions et transferts – énergie électrique – énergie mécanique

- Estimer la durée de fonctionnement d'une pile ou d'un accumulateur.
- Citer et exploiter la relation entre quantité d'électricité, durée de fonctionnement et intensité.
- Citer et exploiter l'expression de la puissance électrique fournie par un générateur
- Citer et exploiter la relation entre puissance et énergie
- Citer et exploiter la relation définissant l'énergie cinétique lors d'un mouvement rectiligne (1^{ère})

Une pile Daniell est un dispositif électrochimique réalisant la conversion d'énergie chimique en énergie électrique par le biais d'une réaction d'oxydoréduction. Le principe de fonctionnement de cette pile a été démontré par Edmond Becquerel et a été perfectionné par le chimiste britannique John Daniell en 1836, au moment où le développement du télégraphe faisait apparaître un besoin urgent de sources de tension sûres et constantes.

La pile Daniell vient corriger certains défauts de la pile Volta : elle est simple de construction, commode d'usage et de tension stable durant son utilisation, si bien qu'elle servit pendant longtemps de pile étalon en laboratoire.

On appelle pile alcaline un type de pile électrique dont l'électrolyte est alcalin, c'est-à-dire basique. L'un des modèles les plus courants est la pile alcaline zinc-dioxyde de manganèse (Zn-MnO₂) que l'on utilise pour alimenter des jouets par exemple (*Source Wikipédia*).

L'objectif de cet exercice est d'étudier une pile Daniell réalisée au laboratoire puis d'étudier les performances d'une voiture télécommandée, alimentée à l'aide de piles alcalines.

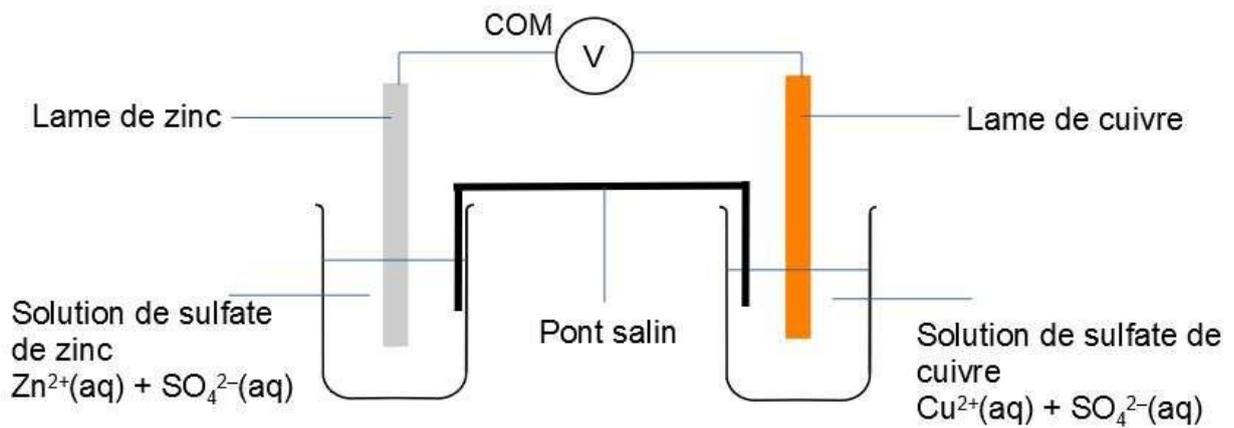
Données :

- masses molaires atomiques : $M(\text{Cu}) = 63,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$;
- charge élémentaire : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$;
- constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- couples oxydant/réducteur de la pile Daniell : $\text{Zn}^{2+}(\text{aq})/\text{Zn}(\text{s})$ et $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})/\text{Cu}(\text{s})$;
- couples oxydant/réducteur de la pile alcaline : $\text{ZnO}(\text{s})/\text{Zn}(\text{s})$ et $\text{MnO}_2(\text{s})/\text{MnO}(\text{OH})(\text{s})$;
- capacité d'une pile alcaline : de 2 000 mAh à 3 000 mAh, soit respectivement de 7 200 C à 10 800 C ;
- masse de la voiture radiocommandée : $m = 741 \text{ g}$.

Étude d'une pile Daniell

Une pile Daniell est constituée d'une lame de zinc plongée dans une solution contenant un volume $V_0 = 20 \text{ mL}$ d'une solution de sulfate de zinc ($\text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + \text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$) de concentration $C_0 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et d'une lame de cuivre plongée dans une solution contenant un volume $V_0 = 20 \text{ mL}$ de solution de sulfate de cuivre ($\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + \text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$) de concentration $C_0 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Les deux solutions sont reliées par un pont salin contenant une solution de nitrate d'ammonium ($\text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{NO}_3^-(\text{aq})$).

Un voltmètre est branché aux bornes de la pile (schéma ci-après) pour mesurer la valeur de la tension à vide U_0 lorsque la pile ne débite pas de courant électrique. Le voltmètre mesure une tension à vide positive : $U_0 = + 1,102 \text{ V}$.



1. Préciser, en justifiant la réponse, la polarité de chaque électrode.

La tension à vide U_0 mesurée est positive ce qui signifie que la borne V du voltmètre est reliée au pôle + de la pile et la borne COM au pôle - .

Cela signifie que le pôle + de la pile est constitué de la lame de cuivre plongeant dans la solution de sulfate de cuivre et le pôle - est constitué de la lame de zinc plongeant dans la solution de sulfate de zinc.

Par la suite, on remplace le voltmètre par un ampèremètre en série avec une résistance électrique.

2. Écrire les équations de demi-réaction électroniques se produisant à l'anode et à la cathode. En déduire la réaction d'oxydoréduction modélisant la transformation chimique au sein de la pile.

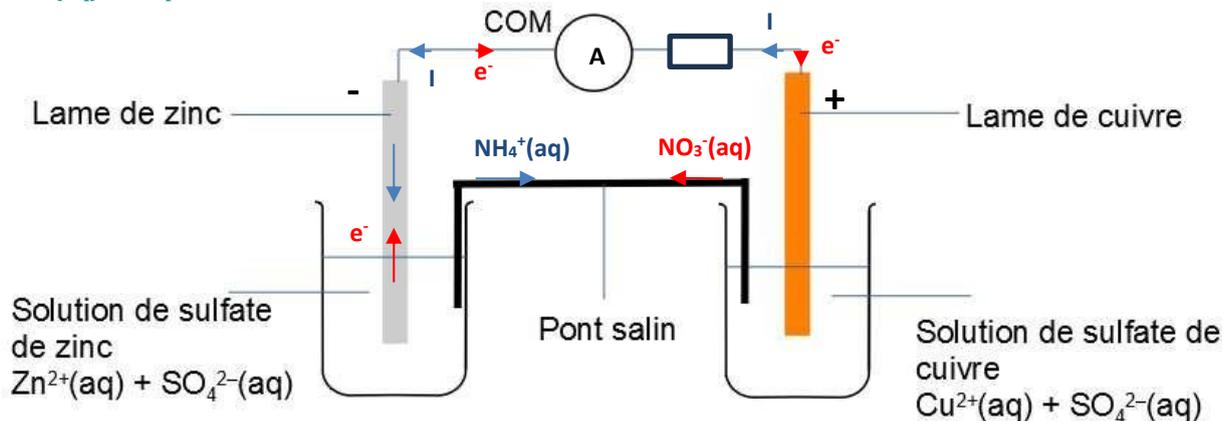
Les électrons circulent du pôle - au pôle + de la pile. Ce qui signifie qu'au pôle - il y a un départ d'électrons et donc une réaction d'oxydation : $Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$

Au pôle + de la pile, il y a une arrivée d'électrons et donc une réaction de réduction : $Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$

3. Donner le sens de déplacement des ions ammonium $NH_4^+(aq)$ et des ions nitrate $NO_3^-(aq)$ dans le pont salin.

Les cations, chargés positivement, se déplacent dans le sens du courant : les ions ammonium $NH_4^+(aq)$ se déplacent donc vers la solution de sulfate de zinc.

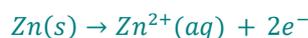
Les anions, chargés négativement, se déplacent dans le même sens que celui des électrons : les ions nitrate $NO_3^-(aq)$ se déplacent donc vers la solution de sulfate de cuivre.



La masse de la lame de cuivre est $m(Cu) = 62,8 \text{ g}$ et celle de la lame de zinc est $m(Zn) = 50,2 \text{ g}$.

4. Déterminer le réactif limitant de la réaction.

L'équation-bilan de fonctionnement de la pile est obtenue en additionnant les deux demi-équations des réactions se produisant aux électrodes :



Calculons les quantités initiales de réactifs :

$$n(\text{Zn})_i = \frac{m(\text{Zn})}{M(\text{Zn})} = \frac{50,2}{65,4} = 0,768 \text{ mol}$$

$$n(\text{Cu}^{2+})_i = C_0 \times V_0 = 1,0 \times 10^{-2} \times 20 \times 10^{-3} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$2,0 \times 10^{-4} \text{ mol} < 0,768 \text{ mol}$$

$$\frac{n(\text{Cu}^{2+})_i}{1} = \frac{2,0 \times 10^{-4} \text{ mol}}{1} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ mol} < \frac{n(\text{Zn})_i}{1} = \frac{0,768 \text{ mol}}{1} = 0,768 \text{ mol}$$

Le réactif limitant est donc constitué des ions cuivre $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$.

5. En déduire la capacité Q_D de la pile Daniell. Commenter la valeur obtenue.

$$Q_D = n(e^-) \times N_A \times e$$

D'après la demi-équation de la réaction se produisant à l'électrode de cuivre : $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2e^- \rightarrow \text{Cu}(\text{s})$

$$\frac{n(e^-)}{2} = \frac{n(\text{Cu}^{2+})}{1}$$

D'où : $n(e^-) = 2 \times n(\text{Cu}^{2+})$

$$Q_D = 2 \times n(\text{Cu}^{2+}) \times N_A \times e$$

$$Q_D = 2 \times 2,0 \times 10^{-4} \times 6,02 \times 10^{23} \times 1,60 \times 10^{-19} = 39 \text{ C} = \frac{39}{3600} = 1,1 \times 10^{-2} \text{ Ah} = 11 \text{ mAh}$$

$$\boxed{Q_D = 39 \text{ C} = 11 \text{ mAh}}$$

Cette capacité est extrêmement faible, deux à trois cents fois inférieure à celle d'une pile alcaline (2 000 à 3 000 mAh).

Étude d'une pile alcaline Power+

Les piles alcalines sont fabriquées sous forme de cylindres et de boutons. Une pile cylindrique est contenue dans un tube d'acier, qui sert de collecteur du courant de la cathode. Le trou central de la cathode est revêtu d'un séparateur qui empêche le mélange des produits de l'anode et de la cathode et le court-circuit de l'élément de pile. Il faut que le séparateur puisse laisser passer les ions et rester stable dans une solution électrolytique fortement basique. Pour éviter la polarisation de la pile en fin de vie, on utilise plus de dioxyde de manganèse qu'il n'est nécessaire pour réagir avec la totalité du zinc.

D'après https://fr.wikipedia.org/wiki/Pile_alcaline

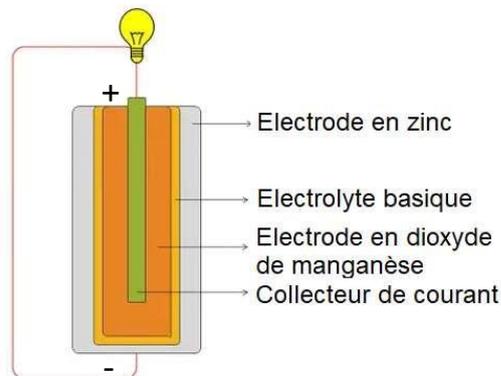


Schéma simplifié d'une pile alcaline
Source : d'après <https://www.corepile.fr>

6. Identifier en justifiant la réponse, le réactif limitant de la pile alcaline.

La phrase « on utilise plus de dioxyde de manganèse qu'il n'est nécessaire pour réagir avec la totalité du zinc » nous indique que le dioxyde de manganèse est en excès dans la pile et que le zinc disparaît totalement lors du fonctionnement de cette dernière. Le réactif limitant de la pile alcaline est donc le zinc.

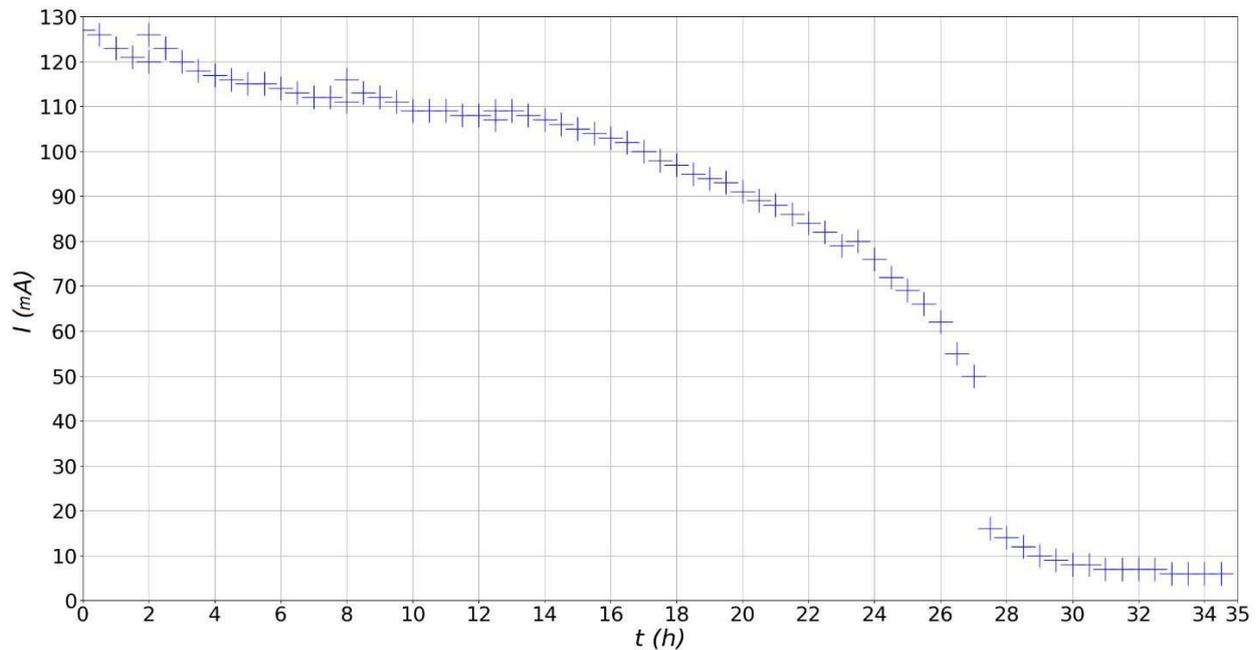
7. Identifier l'oxydant et le réducteur dans ce type de pile.

Les couples oxydant réducteur de la pile alcaline sont $\text{ZnO}(\text{s})/\text{Zn}(\text{s})$ et $\text{MnO}_2(\text{s})/\text{MnO}(\text{OH})(\text{s})$.

Les réactifs mis en jeu lors du fonctionnement de la pile sont le dioxyde de manganèse $\text{MnO}_2(\text{s})$ qui est l'oxydant et le zinc solide $\text{Zn}(\text{s})$ qui est donc le réducteur. Lors du fonctionnement de la pile, le dioxyde de manganèse qui constitue la cathode de la pile sera réduit le zinc solide qui constitue l'anode sera oxydé.



Une pile alcaline AA du commerce de type Power+ est reliée à une résistance de 10Ω . L'intensité est mesurée à l'aide d'un ampèremètre. La courbe de l'évolution de l'intensité I débitée au cours du temps est donnée ci-dessous.



8. On considère qu'une chute brutale de l'intensité correspond à une pile déchargée. Déduire des mesures effectuées la valeur de la durée de fonctionnement de la pile dans ces conditions d'utilisation.

La courbe de l'évolution de l'intensité I débitée au cours du temps présente une chute brutale d'intensité pour une durée de fonctionnement de 27h. On peut donc considérer que la durée de fonctionnement de la pile est de 27h.

9. En s'appuyant sur le graphique, proposer une valeur de l'intensité moyenne délivrée par la pile Power +, puis estimer la valeur de sa capacité, notée Q_{P+} . Commenter le résultat.

Pendant sa durée de fonctionnement et avant la chute brutale de l'intensité du courant, la pile délivre des courants d'intensités comprises entre 50 et 130 mA. On peut donc proposer la valeur intermédiaire comme intensité moyenne $I_{\text{moy}} = 90 \text{ mA}$.

La valeur estimée de la capacité de la pile est alors :

$$Q_{P+} = I_{\text{moy}} \times \Delta t = 90 \times 10^{-3} \times 27 = 2,4 \text{ Ah} = 2,4 \times 3\,600 = 8,7 \times 10^3 \text{ C}$$

$$\boxed{Q_{P+} = 8,7 \times 10^3 \text{ C}}$$

Ce qui correspond tout à fait à l'ordre de grandeur donné de la capacité d'une pile alcaline.

Alimentation d'une voiture radiocommandée et étude des performances

Une voiture télécommandée, de type voiture de cascade tout terrain, est alimentée par un bloc de 6 piles alcalines AA Power+ étudiées précédemment.

La tension à vide mesurée aux bornes du bloc d'alimentation vaut $U_0 = 9,23 \text{ V}$. La valeur de l'intensité du courant fourni par le bloc d'alimentation lorsque la voiture est en fonctionnement est $I = 600 \text{ mA}$.

Pour la suite de l'exercice, on prendra comme valeur pour la capacité du bloc d'alimentation: $Q_B = 10\,000 \text{ C}$. Les piles étant branchées en série, la capacité du bloc correspond à la capacité d'une seule pile.

10. Déterminer la valeur de la durée d'utilisation maximale attendue de la voiture télécommandée. Commenter le résultat.

$$Q_B = I \times \Delta t$$

$$\text{D'où } \Delta t = \frac{Q_B}{I} = \frac{10\,000}{600 \times 10^{-3}} = 1,7 \times 10^4 \text{ s} = 4 \text{ h } 37 \text{ min } 47 \text{ s}$$

$$\boxed{\Delta t = 4 \text{ h } 37 \text{ min } 47 \text{ s}}$$

ce qui est une durée d'utilisation en continu correcte.



Les performances de la voiture sont testées sur une route horizontale et rectiligne. La voiture est initialement arrêtée et parcourt une distance $d = 9,0$ m au bout d'une durée $\Delta t = 12$ s.

On suppose que l'énergie électrique provenant des piles est intégralement convertie en énergie cinétique pour faire avancer la voiture.

11. Exprimer l'énergie électrique transférée par les piles au cours du test de performance en fonction de Δt , I , et U_0 . En déduire la valeur de la vitesse de la voiture en exploitant ce transfert d'énergie et commenter la valeur obtenue.

$$E_{el} = P \times \Delta t = U_0 \times I \times \Delta t$$

Si on considère que l'énergie électrique provenant des piles est intégralement convertie en énergie cinétique pour faire avancer la voiture :

$$\begin{aligned} E_C &= E_{el} \\ \frac{1}{2} m \times v^2 &= U_0 \times I \times \Delta t \quad \square \\ v &= \sqrt{\frac{2 \times U_0 \times I \times \Delta t}{m}} \\ v &= \sqrt{\frac{2 \times 9,23 \times 600 \times 10^{-3} \times 12}{741 \times 10^{-3}}} \\ v &= 13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 13 \times 3,6 = 48 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \\ \boxed{v} &= \boxed{48 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}} \end{aligned}$$

Cette valeur de vitesse de l'ordre de grandeur de celle d'une vraie voiture en ville est plutôt importante pour une petite voiture. Dans la réalité, l'énergie électrique n'est pas intégralement convertie en énergie cinétique, il y a des pertes par effet Joule et par frottements. La vitesse de la petite voiture serait donc inférieure à cette valeur.