



# Mouvement d'un parachutiste

## ■ Physique-Chimie : mouvements et interactions

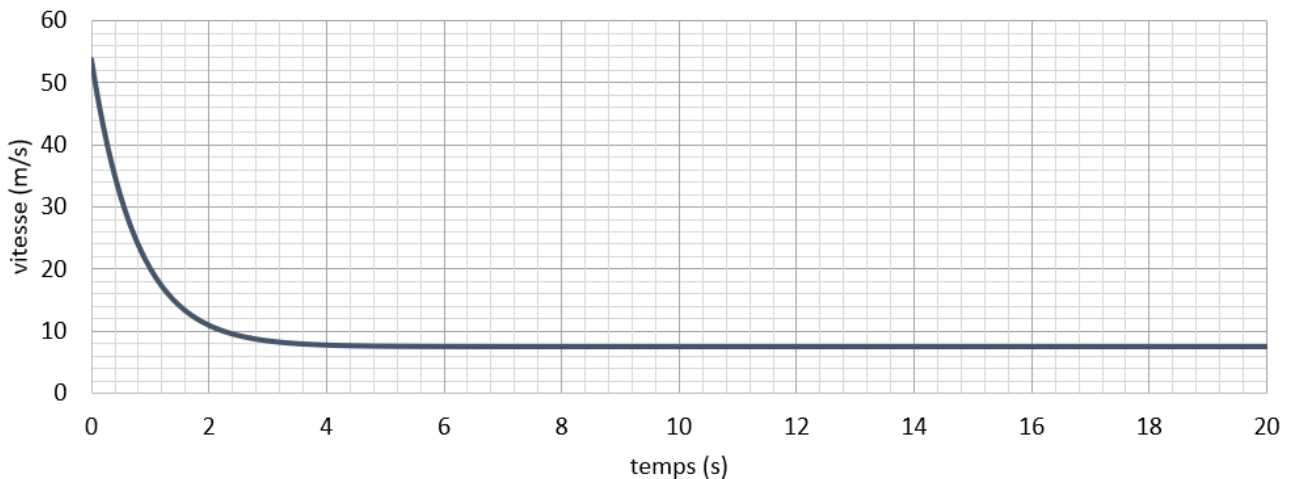
- Citer et exploiter les lois de Newton.
- Modéliser un mouvement vertical avec frottement visqueux :
  - établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse ;
  - caractériser le régime permanent ;
  - identifier le temps caractéristique ;
  - établir la loi horaire d'évolution de la vitesse.
- Établir l'expression de la vitesse en régime permanent lorsqu'il existe des forces de frottement fluide.

## ■ Mathématiques

- équation différentielle
- fonction logarithme népérien

Un parachutiste saute d'un avion. On suppose que sa chute est parfaitement verticale. Après une vingtaine de secondes, il atteint sa vitesse limite de chute qui est vaut alors  $v_0 = 53,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

À un instant considéré comme l'origine des dates  $t = 0$ , il ouvre son parachute. On enregistre alors la variation de sa vitesse en fonction du temps. On donne ci-dessous la représentation graphique de l'évolution de cette vitesse en fonction du temps.



## DONNÉES et RELATIONS utiles

### ■ Données numériques :

- intensité de pesanteur :  $g = 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$
- masse du système {sauteur + parachute} :  $m = 95 \text{ kg}$
- masse volumique de l'air :  $\rho_{\text{air}} = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- volume du système {sauteur + parachute} :  $V = 0,10 \text{ m}^3$

### ■ Force de frottement exercée sur le système {sauteur + matériel} :

L'ensemble des frottements qui s'exercent sur le système sera modélisé comme une force  $\vec{f}$  telle que :

$$\vec{f} = -h\vec{v} \quad \text{avec } h \text{ constant}$$

**Partie 1 : étude physique de la situation**

1. Faire l'inventaire des forces s'appliquant sur la parachutiste après l'ouverture du parachute et les représenter sur un schéma sans souci d'échelle.
2. Vérifier, à l'aide d'un calcul, que la poussée d'Archimède peut être négligée par rapport au poids.

La poussée d'Archimède sera négligée dans la suite de l'exercice.

3. À l'aide de la 2<sup>ème</sup> loi de Newton, établir l'équation différentielle suivante vérifiée par la vitesse  $v$  du système et exprimer les constantes  $A$  et  $B$  en fonction de  $m$ ,  $h$  et  $g$  :
4. Exploiter l'équation différentielle précédente pour exprimer la vitesse limite  $v_{lim}$  atteinte par le parachutiste en fonction de  $m$ ,  $g$  et  $h$ .
5. Déterminer graphiquement la vitesse limite de chute avec le parachute  $v_{lim}$ .
6. En déduire les valeurs numériques des coefficients  $A$  et  $B$ .

**Partie 2 : modèle mathématique du mouvement**

7. Soit (E) l'équation différentielle :

$$\frac{dv}{dt} + 1,3 \times v = 9,8$$

On rappelle qu'à  $t = 0$  on a  $v(0) = v_0 = 53,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Résoudre (E).

8. Calculer la valeur de la vitesse du parachutiste une seconde après l'ouverture du parachute.
9. Au bout de quelle durée la vitesse du parachutiste est inférieure à  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ?
10. Étudier les variations de  $v$  sur  $[0; +\infty[$  où  $v$  est la solution de l'équation différentielle (E).
11. Déterminer la limite de  $v$  quand  $t$  tend vers  $+\infty$ . Interpréter ce résultat.
12. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentant  $v$  au point d'abscisse 5.