



Produire du sucre inverti pour Energy-Observer

Baccalauréat de mars 2023 – exercice 1 du sujet de La Réunion

■ Physique-Chimie : cinétique d'une réaction chimique

- Établir la loi d'évolution de la concentration d'une espèce en fonction du temps pour une réaction d'ordre 0 ou d'ordre 1.
- Déterminer l'ordre d'une réaction et la constante de vitesse en exploitant des données issues d'un suivi cinétique.
- Déterminer le temps de demi-réaction.

■ Mathématiques : fonction exponentielle de base e ; fonction logarithme népérien

- Utiliser les propriétés algébriques de l'exponentielle pour transformer des expressions.
- Étudier les variations de fonctions somme, produit ou quotient de fonctions exponentielles (du type $x \mapsto e^{kx}$ pour k réel) et de fonctions polynômes.
- Déterminer les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de fonctions somme, produit ou quotient de fonctions exponentielles et de fonctions polynômes.
- Utiliser les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien pour transformer des expressions.

Energy Observer est à l'origine le nom du premier bateau navigant grâce aux énergies renouvelables et à l'hydrogène. Parti de France, il a largué les amarres en mars 2020 pour une odysée de 4 ans autour du monde. Il est le symbole d'une prise de conscience et des actions menées au service de la transition écologique.



<https://www.energy-observer.org>

Ses technologies embarquées combinent de multiples sources d'énergie telles que les énergies solaire, éolienne, hydrolienne, et différentes solutions de stockage d'énergie telles que des batteries et surtout du dihydrogène. Ces technologies zéro émission sont expérimentées, testées et optimisées pour faire des énergies propres une réalité concrète et accessible à tous.

À bord du bateau *Energy Observer*, l'équipage doit évidemment se nourrir. Plutôt que d'utiliser du saccharose pour les apports glucidiques, du sirop de sucre inverti a été embarqué sur le bateau.

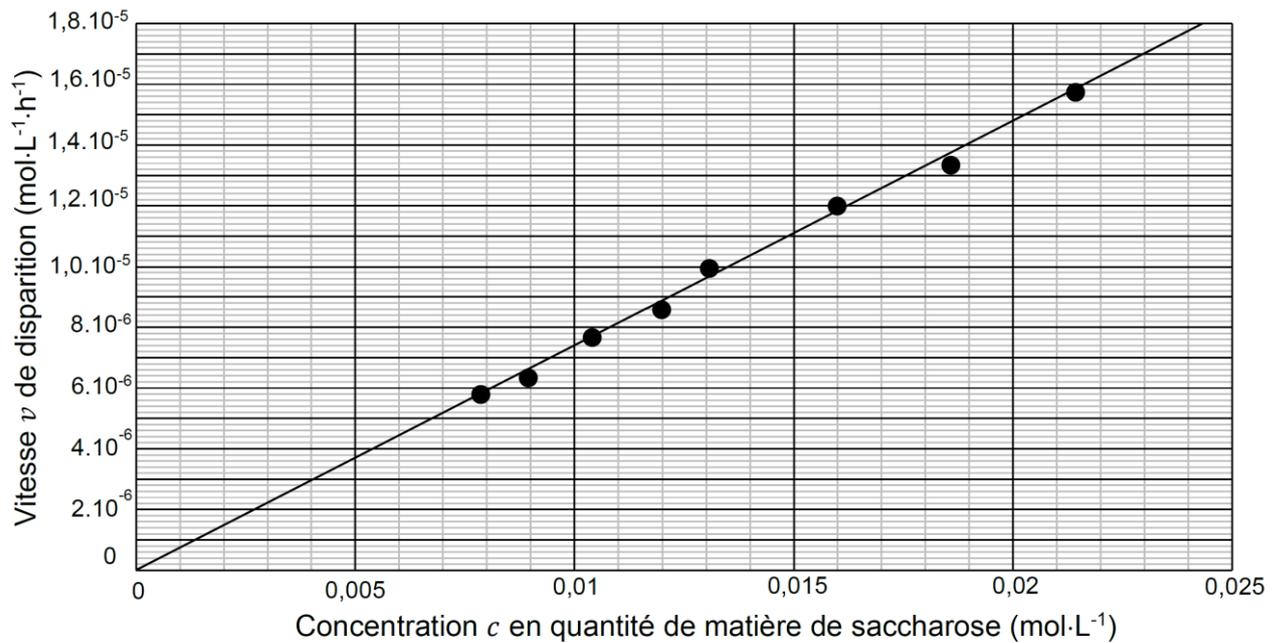
Le sucre inverti est un mélange équimolaire de glucose et de fructose issu de l'hydrolyse du saccharose. Il présente un pouvoir sucrant supérieur d'environ 20 % à celui du saccharose, ce qui limite la masse embarquée sur le bateau. Il permet également de réduire le temps de cuisson, donc l'énergie utilisée à bord pour se nourrir.

La production de sucre inverti est réalisée en laboratoire lors de la transformation chimique du saccharose en milieu acide, en chauffant.

On définit la vitesse v de disparition du saccharose de concentration c en quantité de matière par :

$$v = -\frac{dc}{dt}$$

Expérimentalement, nous réalisons un suivi cinétique de cette transformation qui permet d'obtenir le graphe ci-après représentant l'évolution de la vitesse v de disparition du saccharose en fonction de sa concentration c en quantité de matière dans le mélange. On peut modéliser cette situation par une fonction linéaire.



1. À partir du graphique précédent, choisir, en justifiant la réponse, le modèle adapté à la cinétique chimique de cette réaction parmi les propositions suivantes :

modèle 1 : $v = k$; modèle 2 : $v = k \cdot c$; modèle 3 : $v = k \cdot c^2$

où k est la constante de vitesse.

2. Déterminer une valeur approchée de la constante de vitesse k en précisant son unité.

Dans la suite de cet exercice, on prendra $k = 7 \times 10^{-4}$.

3. Déterminer le temps de demi-réaction $t_{1/2}$, défini par la relation : $t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$
4. Commenter le résultat précédent en qualifiant de rapide ou lente la transformation chimique réalisée au laboratoire.

À partir du modèle identifié à la question 1, on montre que la cinétique de l'hydrolyse du saccharose peut être modélisée par l'équation différentielle (E) :

$$\frac{dc}{dt} = -k \times c \quad (\text{soit en mathématiques } y' = -k \times y)$$

où $k = 7 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

5. Résoudre sur $[0 ; +\infty[$ cette équation différentielle.
6. Sachant que pour $t = 0$, la concentration initiale du saccharose vaut $0,4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, montrer que l'unique solution de l'équation (E) est la fonction C définie sur $[0 ; +\infty[$ par $c(t) = 0,4 \times e^{-7 \times 10^{-4} \times t}$
7. Déterminer la limite de $c(t)$ lorsque t tend vers $+\infty$.
8. Interpréter ce résultat dans le contexte de la production réalisée en laboratoire.