



Séparation d'un mélange d'acides aminés

D'après l'exercice 1 du sujet zéro

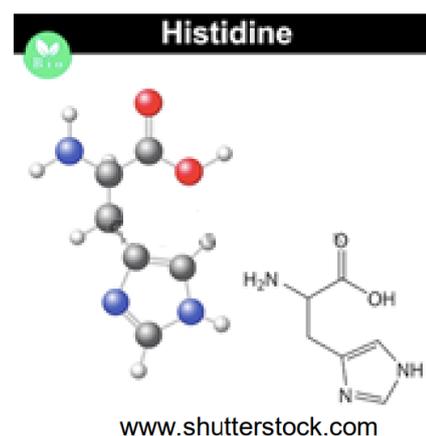
■ Physique-Chimie : mouvements et interactions

- Citer et exploiter la relation entre les coordonnées du vecteur-vitesse et celles du vecteur-accélération.
- Citer et exploiter les lois de Newton.
- Établir l'expression de la vitesse en régime permanent lorsqu'il existe des forces de frottement fluide.
- Modéliser un mouvement vertical avec frottement visqueux :
 - établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse ;
 - caractériser le régime permanent ;
 - identifier le temps caractéristique ;
 - établir la loi horaire d'évolution de la vitesse.

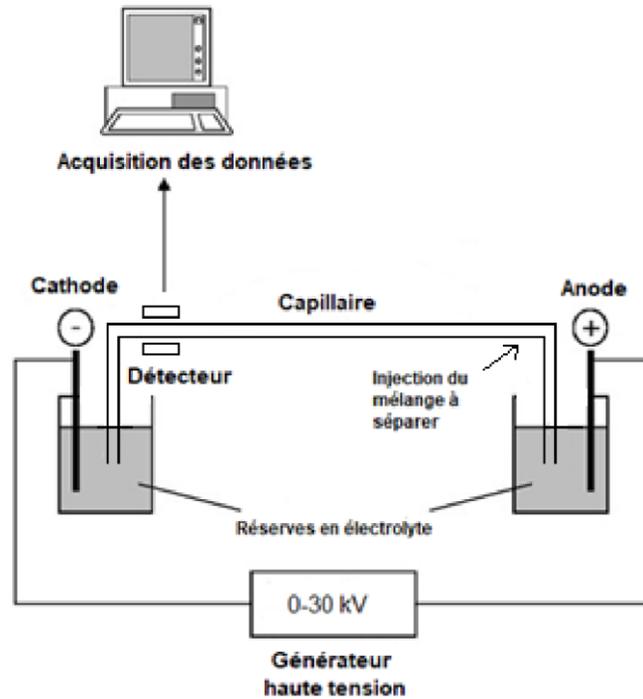
■ Mathématiques : équations différentielles

- Vérifier qu'une fonction donnée est solution d'une équation différentielle.
- Déterminer l'ensemble des solutions d'une équation différentielle du type : $y' = ay + b$.
- Déterminer la solution d'une équation différentielle du type : $y' = ay + b$ vérifiant une condition initiale $y(x_0)$ donnée.

Les acides aminés sont des espèces chimiques organiques essentielles au bon fonctionnement de notre organisme. En laboratoire, l'électrophorèse des mélanges d'acides aminés permet de les séparer, de les identifier et d'estimer leur quantité.



L'électrophorèse est une technique de séparation fondée sur le déplacement d'espèces chimiques dans un milieu conducteur auquel est appliqué un champ électrostatique. Les espèces chimiques sont séparées pendant leur déplacement du fait de leur vitesse différente, qui dépend de leur taille et de leur charge. Le schéma ci-dessous représente de manière simplifiée le principe de fonctionnement de l'électrophorèse capillaire.



D'après www.princetechnologies.eu

- Le capillaire, de longueur 70 cm et de diamètre 50 μm , est rempli avec un électrolyte (une solution aqueuse tampon, mélange d'acide méthanoïque et de méthanol).
- Une haute tension est appliquée aux deux extrémités du capillaire.
- Le mélange est injecté à une extrémité du capillaire.
- Sous l'action du champ électrostatique \vec{E} supposé uniforme, de valeur $E = 4,3 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, les acides aminés migrent vers la cathode. Les plus rapides sont les premiers à être détectés à proximité de la sortie du capillaire.
- Le signal du détecteur est envoyé à un ordinateur qui traite ces données et les affiche sous forme d'un graphique en fonction du temps.
- La durée de l'expérience réalisée est de 15 min.

Dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, on modélise une molécule d'acide aminé (la glycine $\text{NH}_3^+ - \text{CH}_2 - \text{COOH}$) par un point M, de charge positive $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, de masse m et on étudie son mouvement dans le capillaire. La glycine est soumise à l'action d'un champ électrostatique \vec{E} supposé uniforme. On considère que les seules forces qui influent sur son mouvement sont la force électrostatique \vec{F}_e et la force de frottement visqueux modélisée par :

$$\vec{f} = -6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vec{v}$$

avec :

- η : la viscosité du fluide dans lequel se déplace l'espèce chimique exprimée en $\text{Pa} \cdot \text{s}$;
- r : le rayon moyen de l'espèce chimique, exprimé en mètres. Il est d'autant plus grand que le volume de l'espèce chimique est important ;
- \vec{v} : le vecteur vitesse de l'espèce chimique en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Dans les conditions de l'expérience, le facteur $\eta \cdot r$ de la glycine est : $\eta \cdot r = 1,1 \times 10^{-13} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$.

1. Citer la relation littérale entre la force électrostatique s'exerçant sur l'espèce chimique et le vecteur champ électrostatique \vec{E} .
2. Représenter, sans souci d'échelle, sur la copie et à l'aide du schéma ci-dessous les forces qui s'exercent sur la glycine, en sachant que la vitesse initiale est nulle. Justifier le sens de chacune des deux forces.



3. En utilisant la deuxième loi de Newton, établir l'expression littérale du vecteur accélération de l'espèce chimique.
4. À partir du résultat précédent, on montre que la vitesse de la glycine obéit à l'équation différentielle :

$$(I) : \frac{dv}{dt} = 55 \times 10^6 - 17 \times 10^9 v$$

où la vitesse v est exprimée en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et t le temps en s.

- a. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (I) de fonction inconnue v .
- b. Sachant que $v(0) = 0$, montrer que la vitesse v de l'espèce chimique est, avec des coefficients exprimés avec deux chiffres significatifs :

$$v(t) = 3,2 \times 10^{-3}(1 - e^{-17 \times 10^9 t})$$

- c. Calculer $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$.
- d. Déterminer l'instant t_0 où la vitesse atteint 63 % de la vitesse limite. Commenter le résultat en le comparant à la durée de l'expérience.
- e. Justifier que le mouvement de la glycine peut être considéré comme rectiligne uniforme.
5. En utilisant une des lois de Newton, montrer que l'expression de la norme du vecteur vitesse de la glycine en régime permanent est :

$$v = \frac{q \cdot E}{6\pi \cdot \eta \cdot r}$$

6. Calculer la durée nécessaire pour la migration de la glycine, au sein du capillaire, sur une distance de 70 cm. Conclure en la comparant à la durée de l'expérience.