

## Activité en coanimation Mathématiques et Physique

**Le travail : aspects physiques et mathématiques****Fiches de synthèse mobilisées :**

Fiche n°9 : énergie cinétique et travail d'une force

Fiche LMPC : vecteurs

Fiche LMPC : produit scalaire de deux vecteurs

Cette activité est une alternative à l'activité 1 proposée dans cette séquence, pensée pour introduire simultanément la notion mathématique de produit scalaire et l'usage qu'on en fait en physique pour exprimer le travail d'une force. Idéalement elle pourra être encadrée en coanimation par les enseignantes et enseignants de mathématiques et de physique-chimie impliqué en spécialité PCM, ou bien par l'un ou l'une d'entre eux après concertation.

**1<sup>ère</sup> partie : transfert d'énergie au moyen d'une force**

Quatre personnes tentent de déplacer un wagon, initialement immobile, afin de lui faire parcourir la distance AB :

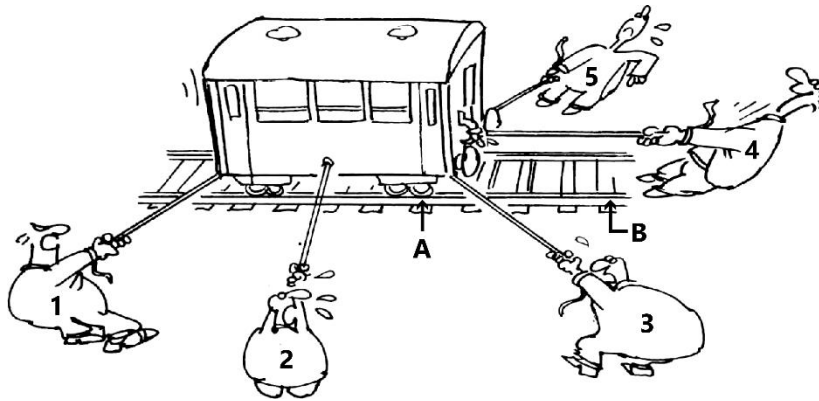


Figure réalisée d'après un dessin issu des documents d'accompagnements du programme de 1<sup>ère</sup> S (CNDP, 2001)

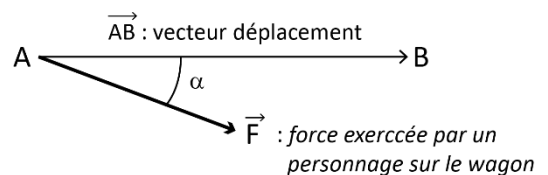
On entend les phrases suivantes : « Je contribue comme je peux... »

« Je résiste ! »

« C'est moi le meilleur ! »

« Je ne sers à rien ! »

1. Attribuer sa phrase à chacun des personnages.
2. On admet que chacun des personnages exerce sur sa corde une force de même valeur. Représenter sur la figure ci-dessus les forces  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_5$  modélisant l'action de chacun d'entre eux.
3. On cherche à exprimer l'énergie que transfère un personnage au wagon en exerçant sur lui une force  $\vec{F}$ . Laquelle des expressions suivantes de cette énergie vous semble valide ?
  - $F \times AB$
  - $F \times AB \times \cos(\alpha)$
  - $F \times AB \times \sin(\alpha)$
  - $F \times AB \times \tan(\alpha)$



$\alpha = (\vec{F}; \vec{AB})$  est l'angle entre le vecteur-déplacement  $\vec{AB}$

4. D'après la relation sélectionnée à la question précédente, quel est le signe de l'énergie transférée au wagon par le personnage 1 ? Qu'est-ce que cela signifie physiquement ?

**2<sup>ème</sup> partie : le travail d'une force, un transfert d'énergie exprimé comme un produit scalaire**

L'énergie transférée par chacun des personnages au wagon lors de son déplacement  $\overline{AB}$  est appelée travail de la force  $\vec{F}$  sur le déplacement  $\overline{AB}$  et elle est notée :  $W_{AB}(\vec{F})$ . Comme toute énergie,  $W_{AB}(\vec{F})$  s'exprime en joule (J).

Mathématiquement, un travail est exprimé par le produit scalaire des vecteurs  $\vec{F}$  et  $\overline{AB}$ , ce qui se note :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overline{AB}$$

5. D'après l'information donnée ci-dessus, le produit scalaire de deux vecteurs est-il un vecteur ou une valeur ?

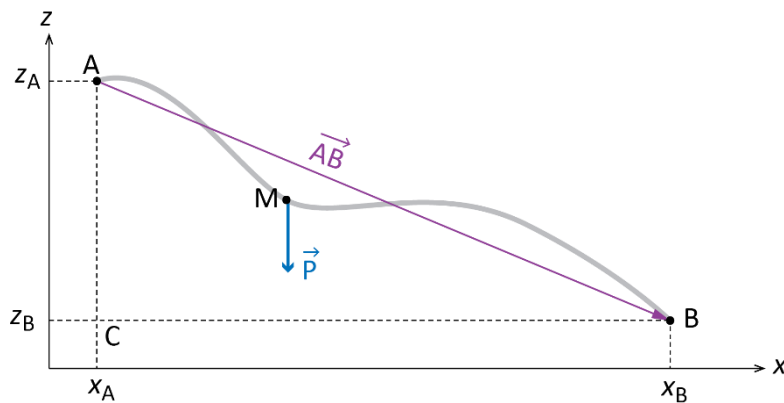
**Aspect mathématique** : soient deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ , de normes respectives  $\|\vec{u}\|$  et  $\|\vec{v}\|$  et dont l'angle entre leurs directions est noté  $(\vec{u}; \vec{v})$ .

6. En généralisant ce que nous avons établi à propos du travail d'une force, proposer une définition mathématique du produit scalaire  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

**3<sup>ème</sup> partie : le travail du poids, un cas à connaître**

7. L'expression du travail d'une force donnée dans la partie 2 n'est en toute rigueur valable que pour une force dont la valeur est indépendante de la position de l'objet. Est-ce le cas du poids d'un objet ?

On envisage la situation suivante : un objet se déplace de A vers B le long d'une trajectoire curviligne (représentée en grisé sur la figure ci-dessous). On cherche à obtenir l'expression du travail du poids sur le trajet AB.



8. Exprimer le travail du poids lors du déplacement  $\overline{AB}$  de l'objet étudié, au moyen d'un produit scalaire.  
 9. À l'aide de la relation de Chasles, exprimer le vecteur  $\overline{AB}$  en fonction du vecteur  $\overline{AC}$  et d'un autre vecteur que l'on précisera.  
 10. En déduire que le travail du poids d'un objet sur le déplacement  $\overline{AB}$  s'exprime :

$$W_{AB}(\vec{P}) = -mg(z_B - z_A)$$

Remarque : le produit scalaire est distributif.

11. Donner les coordonnées des vecteurs  $\vec{P}$  et  $\overline{AB}$  dans le repère  $(x; 0; z)$ .  
 12. Montrer que le travail du poids d'un objet sur le déplacement  $\overline{AB}$  peut s'exprimer en fonction des coordonnées des vecteurs  $\vec{P}$  et  $\overline{AB}$  dans le repère  $(x; 0; z)$ .

**Retour sur les mathématiques** : on considère deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  de coordonnées :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

En généralisant les résultats des questions 10 et 11, donner une autre façon de calculer le produit scalaire de deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  en utilisant leurs coordonnées respectives dans le repère  $(x; 0; y)$ .

**4<sup>ème</sup> partie : lien qualitatif entre travail et vitesse de l'objet étudié**

Répondre intuitivement aux questions 13 à 16, sans chercher à justifier.

13. Dans la situation envisagée à la partie 1 (le wagon tiré par cinq personnages), imaginons que le wagon possède déjà une vitesse au point A. Comment évolue sa vitesse si le personnage 3 est le seul à agir ?



14. Même question mais si c'est le personnage 1 qui est le seul à agir.
15. Dans la situation envisagée dans la partie 2, comment évolue la vitesse de l'objet étudié si le poids est la seule force à avoir un travail non nul ?
16. Même question si l'objet se déplace de B vers A et non plus de A vers B.

#### Lien avec le signe du travail

17. Dans chacun des cas envisagés aux questions 13 à 16, donner le signe du travail de la force considérée, en justifiant à l'aide de son expression mathématique.
18. D'après les réponses 13 à 17 : quel lien peut-on faire entre le signe du travail d'une force et les effets de cette force sur la vitesse d'un objet ?

#### À propos de bobsleigh

19. Sur la photo ci-dessous, les quatre bobeurs poussent leur bobsleigh sur une piste d'élan avant, au bout de celle-ci, de sauter dedans pour dévaler la piste.



*Crédit photo : Steffen PröBdorf – Licence CC BY-SA 4.0*

Le but étant de donner à leur « véhicule » la vitesse la plus élevée possible, exploiter l'ensemble des résultats de cette activité pour justifier :

- qu'ils ont intérêt à pousser leur bobsleigh sur la plus grande distance possible ;
- qu'ils ont intérêt à exercer sur leur bobsleigh la force la plus élevée possible ;
- que les bobeurs situés à gauche et à droite du bob ont intérêt à utiliser les poignées de poussée (repérées par des flèches sur la photo) plutôt que de s'agripper à la carrosserie.