



Activité en coanimation Mathématiques et Physique

Vecteurs et première loi de Newton



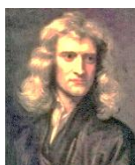
Fiches de synthèse mobilisées :

Fiche n°8: Les lois de Newton en mécanique

Fiche « LMPC : les vecteurs »

Le but de cette activité est d'apprendre à utiliser la 1^{ère} loi de Newton afin de déterminer les caractéristiques inconnues d'une force appliquée à un système. Elle réinvestit les notions de coordonnées de vecteurs et de somme vectorielle, vues en mathématiques en classe de 2^{nde} et introduit de manière conjointe la projection de vecteur sur un axe.

DOCUMENT 1 : Isaac Newton (1642-1727)



Mathématicien, physicien, philosophe, alchimiste, astronome et théologien anglais, puis britannique. Figure emblématique des sciences, il est surtout reconnu pour avoir fondé la mécanique classique en établissant les trois lois universelles du mouvement qui portent son nom, pour sa théorie de la gravitation universelle et la création, en concurrence avec Gottfried Wilhelm Leibniz, du calcul infinitésimal.

DOCUMENT 2 : 1^{ère} loi de Newton ou Principe d'inertie

■ Énoncé de la 1^{ère} loi de Newton ou Principe d'inertie

Dans un référentiel galiléen, tout système persiste dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme si les forces qui s'appliquent sur lui se compensent (leur somme vectorielle est nulle) et réciproquement.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \text{vecteur vitesse } \vec{v} \text{ constant}$$

Le repos correspond au cas particulier $\vec{v} = \vec{0}$

■ Notion de référentiel galiléen

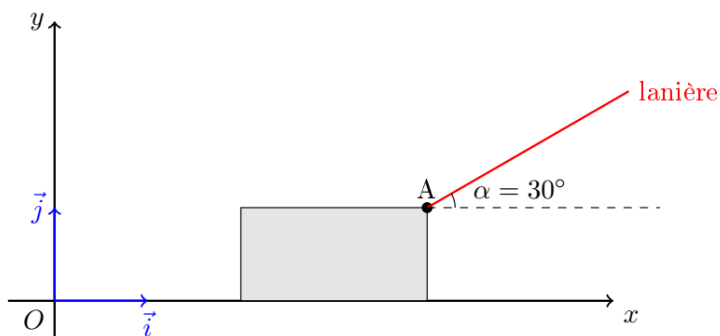
Un référentiel galiléen est un référentiel où le principe d'inertie est vérifié.

Le référentiel terrestre n'est pas rigoureusement galiléen mais peut être considéré comme tel si la durée d'étude du mouvement est très courte devant la période de rotation de la Terre sur elle-même.

Situation étudiée

Un voyageur tire une valise de masse $m = 8,5 \text{ kg}$ sur un sol horizontal, vers la droite quand on le regarde, à l'aide d'une lanière. La direction de la lanière fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale. La valise glisse dans un mouvement de translation rectiligne uniforme. La tension de la lanière a pour valeur $T = 25,0 \text{ N}$.

Donnée : valeur du champ de pesanteur (intensité de la pesanteur) : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



**1^{ère} partie : expression vectorielle de la première loi de Newton appliquée à la valise**

1. Indiquer dans quel référentiel est étudié le mouvement de la valise.
2. Faire l'inventaire des forces exercées sur la valise. Donner leurs caractéristiques (direction, sens, valeur si elle est connue).
3. Représenter les différentes forces exercées sur le schéma ci-dessus, sans souci d'échelle.
4. En suivant la démarche préconisée dans le document 3, appliquer la 1^{ère} loi de Newton à la valise et donner l'expression vectorielle de cette loi.

DOCUMENT 3 : méthode pour appliquer la 1^{ère} loi de Newton lorsque le mouvement du système est connu

- ① Énoncer une phrase précisant les conditions qui permettent d'appliquer la 1^{ère} loi de Newton. →

Dans le référentiel (...) considéré comme galiléen, le système est au repos OU en mouvement rectiligne uniforme, donc d'après la 1^{ère} loi de Newton :

- ② Écrire l'expression vectorielle générale. →

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

- ③ Développer l'expression vectorielle avec le détail de la somme des forces appliquées au système. →

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \vec{0}$$

2^{ème} partie : détermination des valeurs des forces par une méthode graphique**Détour par les mathématiques**

5. Représenter un vecteur $\overrightarrow{AB}$, horizontal, orienté vers la droite, et de norme $\|\overrightarrow{AB}\| = 4,0$ cm.
Représenter ensuite le vecteur $\overrightarrow{BC}$, vertical, orienté vers le bas, et de norme $\|\overrightarrow{BC}\| = 3,0$ cm.
Représenter enfin le vecteur $\overrightarrow{CA}$, tel que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.
Dédire de cette construction, par mesure graphique, la norme du vecteur $\overrightarrow{CA}$.
6. Représenter, près du bord gauche de votre feuille, un vecteur $\overrightarrow{DE}$, vertical, vers le bas, et de norme 5,0 cm.
Construire les vecteurs $\overrightarrow{EF}$, et $\overrightarrow{FD}$, sachant que :
 - la direction de $\overrightarrow{EF}$ fait un angle de 40° avec l'horizontale, au-dessus de celle-ci, et que $\overrightarrow{EF}$ est orienté vers la droite ;
 - la direction de $\overrightarrow{FD}$ est horizontale ;
 - $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FD} = \vec{0}$.Dédire de cette figure, par mesure graphique, les normes des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{FD}$.

**Retour à l'étude physique de la valise**

Le but est d'appliquer une méthode similaire à celle employée dans les questions 6 et 7, dans le but de déterminer la valeur de la force de frottement et celle de la réaction normale exercées sur la valise évoquée dans la première partie. Les vecteurs que nous allons tracer représentent donc à présent des forces **et leur norme a donc pour unité le newton**. Les vecteurs forces seront représentés avec l'échelle : 1 cm $\leftrightarrow$ 10 N.

7. Placer un point représentant le centre de la valise, du côté gauche de la feuille.
Tracer le vecteur $\vec{P}$ représentant le poids de la valise.
Tracer, en pointillés, la direction du vecteur $\vec{T}$, à partir de l'extrémité du vecteur $\vec{P}$.
Tracer le vecteur $\vec{T}$, à la même échelle que le vecteur $\vec{P}$.
Représenter en pointillés, de façon judicieuse, les directions des deux autres forces appliquées à la valise, puis construire les vecteurs forces qui les représentent.
Les valeurs de la force de frottement et de la réaction normale exercées sur la valise sont les normes des vecteurs qui les représentent : les mesurer graphiquement (attention à bien tenir compte de l'échelle).

3^{ème} partie : détermination des valeurs des forces en utilisant les coordonnées des vecteurs forces

Détour par les mathématiques

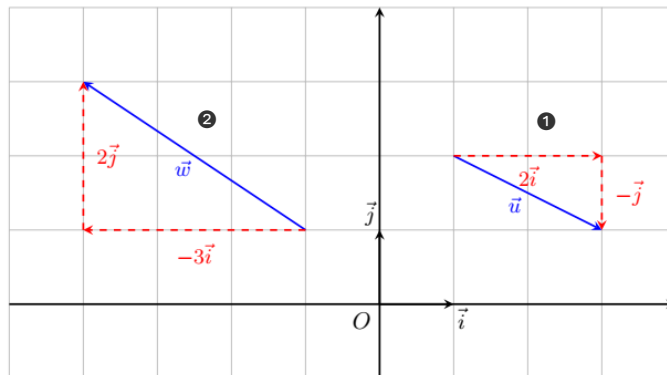
DOCUMENT 3 : coordonnées d'un vecteur dans un repère / projection d'un vecteur dans un repère

- **Définition :** Soit O un point, soient $\vec{i}$ et $\vec{j}$ deux vecteurs dont les directions sont perpendiculaires et dont les normes sont égales à 1.
On dit que $(O, \vec{i}, \vec{j})$ forme un **repère orthonormé** du plan.

- **Propriété :** Tout vecteur $\vec{u}$ se décompose de manière unique sous la forme $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$, où $x, y \in \mathbb{R}$
On dit que le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées x et y et on note :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

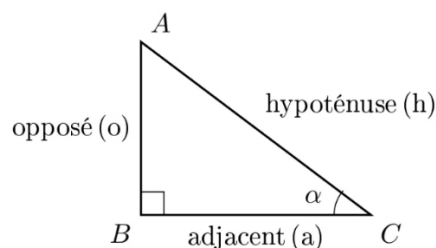
- **Remarque :** Un vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ correspond à une translation :
- de x unités vers la droite si $x > 0$ ou vers la gauche si $x < 0$ (dans le cas où l'axe (Ox) est orienté vers la droite, l'inverse sinon)
 - de y unités vers le haut si $y > 0$ ou vers le bas si $y < 0$ (dans le cas où l'axe (Oy) est orienté vers le haut, l'inverse sinon)
- **Exemples :**



- ❶ Le vecteur $\vec{u}$ correspond à un déplacement de « 2 unités vers la droite et 1 unité vers le bas » donc :

$$\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} \quad \text{et donc} \quad \vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- ❷ On souhaite représenter le vecteur $\vec{w} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Ce vecteur s'écrit $\vec{w} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ et correspond donc au déplacement de « 3 unités vers la gauche et 2 unités vers le haut »

DOCUMENT 3 : rappels des formules de trigonométrie

Cosinus de l'angle α

$$\cos \alpha = \frac{a}{h} = \frac{BC}{AC}$$

Sinus de l'angle α

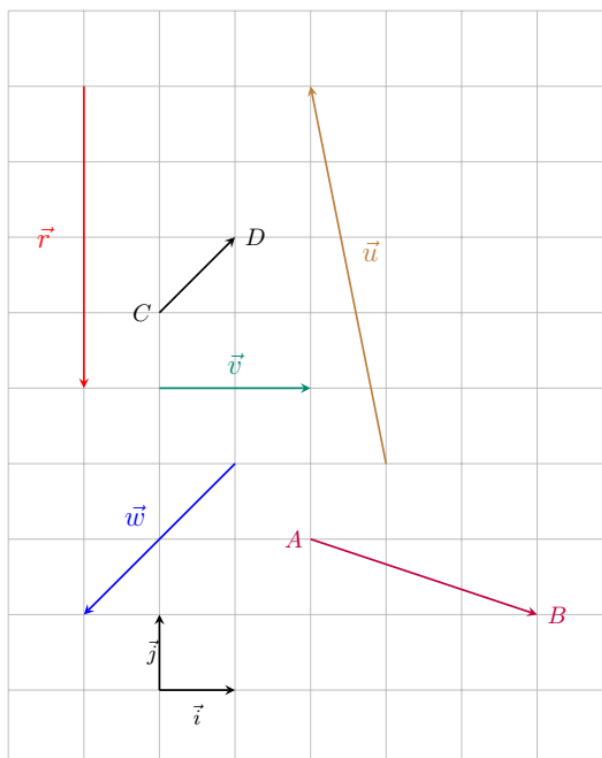
$$\sin \alpha = \frac{o}{h} = \frac{AB}{AC}$$

Tangente de l'angle α

$$\tan \alpha = \frac{o}{a} = \frac{AB}{BC}$$

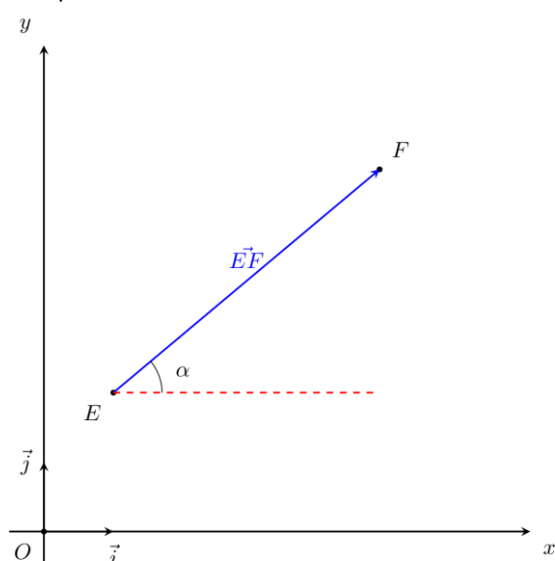


8. Donner les coordonnées des vecteurs $\vec{r}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ représentés sur la figure ci-dessous :



En physique, lorsqu'on représente des vecteurs qui modélisent des forces (le poids, la force de frottements, la réaction normale, ...), on n'a pas de carreaux qui nous permettent de lire les coordonnées. On utilise alors les normes de ces vecteurs ou les valeurs des forces (fournies dans l'énoncé) et les formules de trigonométrie rappelées dans le document 3.

9. Sur la figure ci-dessous : $\|\vec{EF}\| = 5,0 \text{ cm}$ et $\alpha = 40^\circ$. Placer sur cette figure un point G tel que le triangle EFG soit rectangle en G. Représenter en pointillés (comme sur le document 2) les « déplacements » horizontaux et verticaux correspondant au vecteur $\vec{EF}$.



10. Placer sur chacun des trois côtés du triangle EFG la lettre correspondant à sa position par rapport à l'angle α :
- a : adjacent à l'angle α
 - o : opposé à l'angle α
 - h : hypoténuse



11. En utilisant les formules de trigonométrie adéquates, exprimer puis calculer les coordonnées du vecteur $\vec{EF}$.



Retour à l'étude physique de la valise

12. Comme le poids de la valise est de direction verticale et sens vers le bas on peut exprimer ainsi ses coordonnées :

$$\vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ -P \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} P_x = 0 \text{ car } \vec{P} \text{ est de direction verticale} \\ P_y < 0 \text{ car } \vec{P} \text{ est de sens vers le bas (opposé à } Oy) \end{array}$$

Exprimer de manière similaire les coordonnées des trois autres forces auxquelles la valise est soumise : la réaction normale $\vec{R}_N$, la force de frottement $\vec{f}$ et la tension $\vec{T}$ de la lanière.

13. Projeter la loi de Newton énoncée à la question 5 sur l'axe (Ox) et en déduire la valeur de la force de frottements. Vérifier que l'on retrouve bien une valeur proche de celle obtenue graphiquement à la question 7.

NB : « projeter une relation vectorielle sur un axe », c'est remplacer chaque vecteur par sa coordonnée sur cet axe dans cette relation.

14. Projeter la loi de Newton énoncée à la question 5 sur l'axe (Oy) et en déduire la valeur de la réaction normale. Vérifier que l'on retrouve bien une valeur proche de celle obtenue graphiquement à la question 7.