# Exercices mathématiques / physique-chimie
# Mouvements : position, vitesse, accélération

## EXERCICE 1 : différentes phases du mouvement du TGV

### 1ère partie : étude de trois fonctions

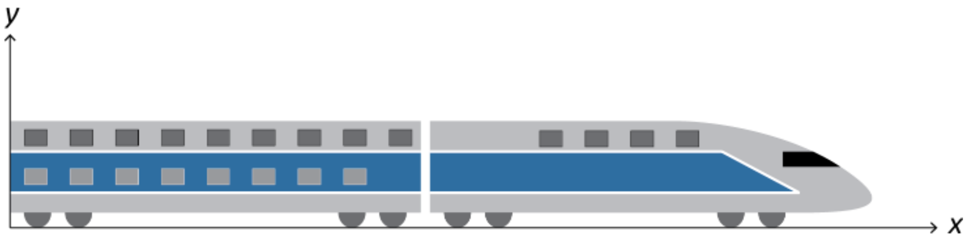
On considère les trois fonctions, définies pour $x \in [0; +\infty[$ et d'expressions :

$$f(x) = 0{,}3 \times x$$
$$g(x) = 89$$
$$h(x) = 89 - 0{,}5 \times x$$

1. Exprimer les dérivées $f'(x)$, $g'(x)$ et $h'(x)$ de ces trois fonctions.
2. En étudiant le signe de leurs dérivées, donner le sens de variation des fonctions $f$, $g$ et $h$.

### 2nde partie : mouvement du TGV

On étudie le mouvement du TGV, supposé rectiligne, dans le repère $(O; x; y)$ défini sur la figure ci-dessous :




On a enregistré le mouvement d'un point appartenant à ce TGV pendant quelques secondes, pendant trois phases différentes de son mouvement. La modélisation de ces enregistrements a donné trois fonctions (l'origine des dates étant remise à zéro avant chaque modélisation) :

- **Phase 1** : $x_1(t) = 0{,}15 \times t^2$
- **Phase 2** : $x_2(t) = 89 \times t + 13142$
- **Phase 3** : $x_3(t) = 89 \times t - 0{,}25 \times t^2 + 64210$

3. Exprimer en fonction du temps les coordonnées $v_{x1}(t)$, $v_{x1}(t)$ et $v_{x1}(t)$ du vecteur-vitesse durant chacune de ces trois phases.
4. En tenant compte de la réponse 2, préciser la nature du mouvement du TGV pour chacune de ces trois phases.
5. Calculer les coordonnées $a_{x1}(t)$, $a_{x2}(t)$ et $a_{x3}(t)$ du vecteur-accélération pour chacune des trois phases. Montrer que ces valeurs sont conformes à la réponse précédente.
6. Durant la phase 1 : calculer la durée que met le TGV pour atteindre sa vitesse maximale de 320 km/h.
7. En déduire la distance parcourue par le TGV durant sa phase d'accélération.

## EXERCICE 2 : service et réception au volley-ball



Au volley-ball, le service smashé est le type de service pratiqué le plus fréquemment par les professionnels : le serveur doit se placer un peu après la limite du terrain, lancer très haut son ballon, effectuer une petite course d'élan puis sauter pour frapper la balle.

*D'après : https://fr.wikipedia.org/wiki/Volley-ball*

Après la course d'élan, le serveur saute de façon à frapper le ballon en un point $B_0$ situé à la hauteur h au-dessus de la ligne de fond de terrain. La hauteur h désigne alors l'altitude initiale du centre du ballon. Le vecteur vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ du ballon est horizontal et perpendiculaire à la ligne de fond du terrain (voir figure 1). Le mouvement du ballon est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère $(O; x; y)$ et l'instant de la frappe est choisi comme origine des dates : $t = 0$. Le mouvement a lieu dans le plan $(O; x; y)$.

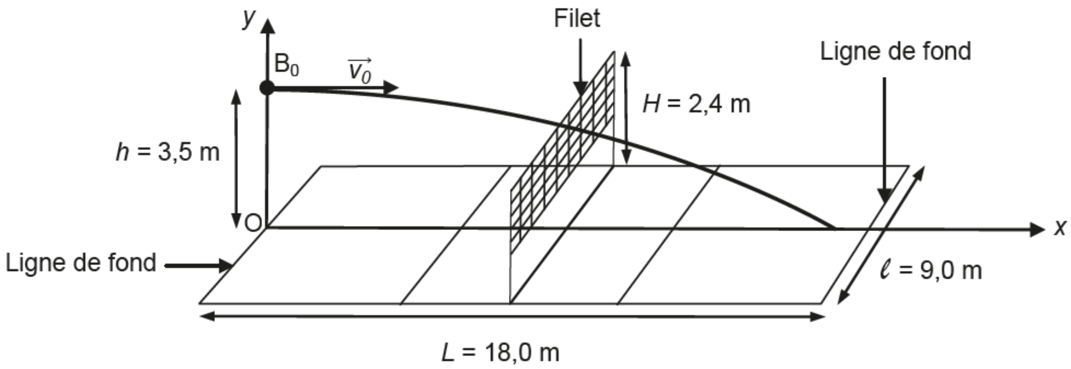
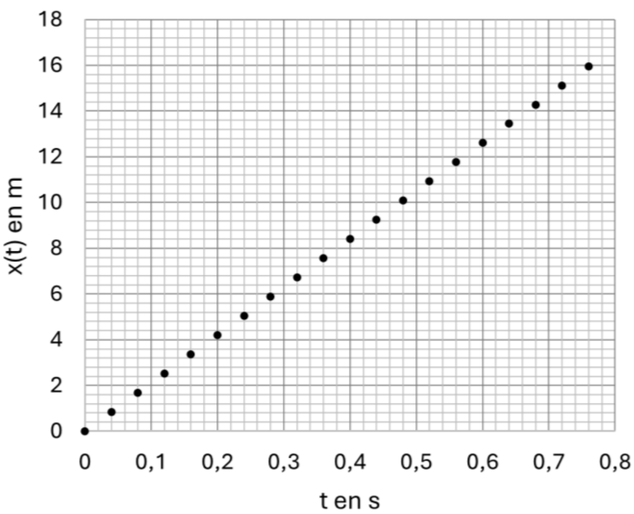
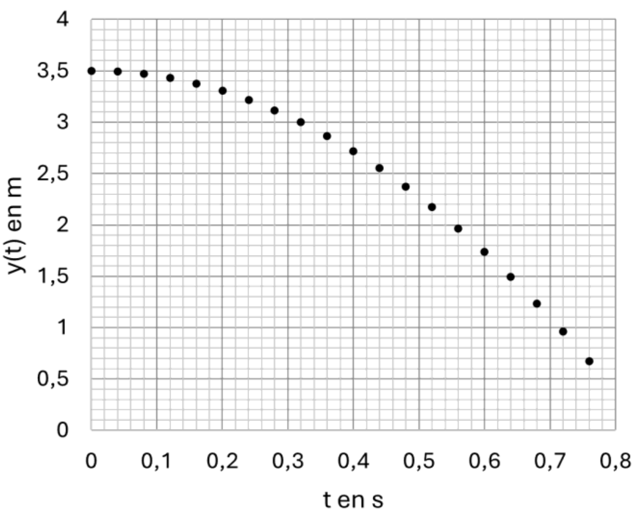



*Figure 1 : Dimensions du terrain de volley-ball et allure de la trajectoire du ballon*

Un mouvement de chute libre est le mouvement d'un objet soumis uniquement à son poids. Dans ce cas, l'accélération du centre d'inertie de l'objet est constante et égale à l'intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8 \ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.
Sur Terre, un objet n'est jamais rigoureusement en chute libre car toujours soumis à des forces de frottement de l'air mais dans certains cas, ces frottements sont négligeables et on peut faire l'approximation que l'objet est en chute libre.
Les mathématiques peuvent permettre de connaître la valeur de l'accélération de la balle et d'en déduire ainsi si on peut considérer qu'elle est en chute libre.

Le pointage de la vidéo du service au moyen d'un logiciel approprié permet d'obtenir les deux graphiques suivants, représentant les coordonnées x(t) et y(t) du vecteur position :



La modélisation de ces courbes permet d'obtenir les deux fonctions suivantes :

$$f(t) = -4{,}9\,t^2 + 3{,}5$$
$$g(t) = 21\,t$$

**8.** Attribuer à chaque coordonnée du vecteur position de la balle $x(t)$ et $y(t)$, la fonction qui convient, $f(t)$ ou $g(t)$. Justifier votre réponse.

**9.** Exprimer en fonction de $t$ les fonctions dérivées $f'(t)$ et $g'(t)$.

**10.** En déduire les expressions des coordonnées du vecteur vitesse de la balle $v_x(t)$ et $v_y(t)$.

**11.** En déduire les expressions des coordonnées du vecteur accélération de la balle $a_x(t)$ et $a_y(t)$.

**12.** Calculer la valeur de l'accélération de la balle.
NB : ce que les physiciens appellent « valeur de l'accélération » est ce que les mathématiciens appellent « norme du vecteur accélération ».

**13.** Que peut-on en déduire sur la nature du mouvement de la balle ?

**14.** Exploiter les réponses 4 et 5 pour indiquer si le mouvement de la balle est assimilable à la chute libre.

**15.** Déduire de l'expression de $x(t)$ l'expression de la fonction $t(x)$ (expression de $t$ en fonction de $x$).

**16.** En injectant cette expression de $t$ dans celle de la fonction $y(t)$, en déduire l'expression suivante de l'équation de la trajectoire de la balle :

$$y(x) = -0{,}011\,x^2 + 3{,}5$$

**17.** Calculer $y(9{,}0\ \mathrm{m})$ et en déduire si la balle passe au-dessus du filet.

**18.** Quelle est la valeur de la coordonnée $y$ du vecteur position de la balle, lorsque celle-ci touche le sol ?

**19.** En déduire si le service est réussi.