

Lien entre mathématiques et physique :

La fonction « log » : logarithme décimal

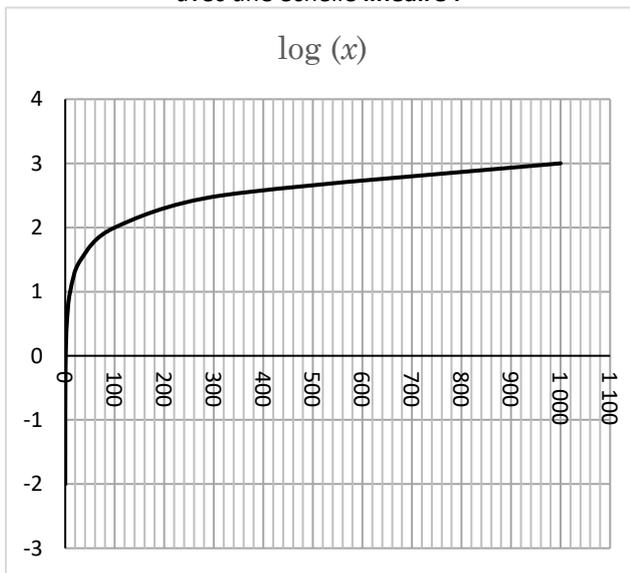
1. Définition

La fonction « logarithme décimal », notée, \log , est la fonction réciproque de la fonction « 10 puissance ». Donc :

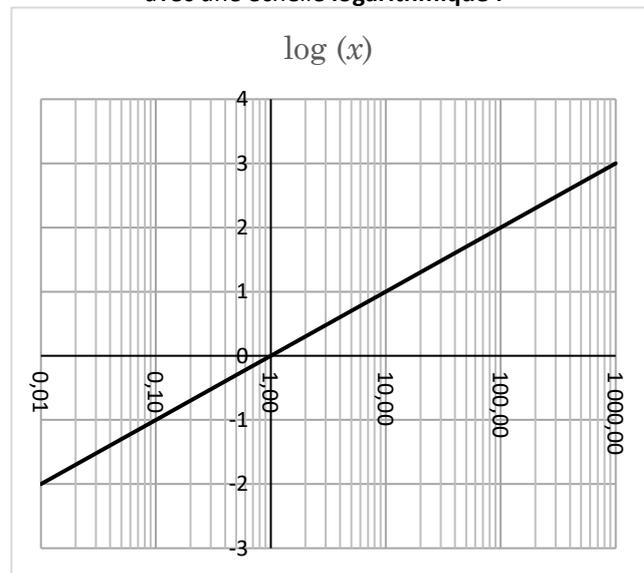
$$a = \log(b) \Leftrightarrow b = 10^a$$

Représentations graphiques :

avec une échelle **linéaire** :



avec une échelle **logarithmique** :



2. Valeurs particulières et relations utiles en physique-chimie

Valeurs particulières :

- (1) $\log(1) = 0$
- (2) $\log(10) = 1$

Relations à connaître :

- (3) $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$
- (4) $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$
- (5) $\log\left(\frac{1}{a}\right) = -\log(a)$
- (6) $\log(a^n) = n \log(a)$

**Démonstrations des relations à connaître**

Les démonstrations ci-dessous sont données à l'attention des élèves qui veulent approfondir leur compréhension mais ne sont pas exigibles en 1^{ère} STL.

Relation (1) :

$$10^0 = 1 \text{ donc } \log(1) = 0$$

On retrouve la relation (1).

Relation (2) :

$$10^1 = 10 \text{ donc } \log(10) = 1$$

On retrouve la relation (2).

Relation (3) :

Par définition du logarithme on a :

$$a = 10^{\log(a)} \text{ et } b = 10^{\log(b)}$$

Donc :

$$\begin{aligned} ab &= 10^{\log(a)} \times 10^{\log(b)} \\ &= 10^{\log(a)+\log(b)} \end{aligned}$$

En prenant le logarithme des deux membres de cette relation on obtient :

$$\begin{aligned} \log(ab) &= \log(10^{\log(a)+\log(b)}) \\ &= \log(a) + \log(b) \end{aligned}$$

On retrouve la relation (3).

Relation (4) :

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} &= \frac{10^{\log(a)}}{10^{\log(b)}} \\ &= 10^{\log(a)-\log(b)} \end{aligned}$$

En prenant le logarithme des deux membres de cette relation on obtient :

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{a}{b}\right) &= \log(10^{\log(a)-\log(b)}) \\ &= \log(a) - \log(b) \end{aligned}$$

On retrouve la relation (4).

Relation (5) :

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{1}{a}\right) &= \log(1) - \log(a) \\ &= -\log(a) \end{aligned}$$

Relation (6) :

$$\begin{aligned} a^n &= a \times a \times \dots \times a \\ \log(a^n) &= \log(a \times a \times \dots \times a) \\ &= \log(a) + \log(a) + \dots + \log(a) \\ &= n \log(a) \end{aligned}$$

On retrouve la relation (6)