Fiche de synthèse n°11
L'énergie mécanique et sa conservation

1. L'énergie cinétique, une énergie stockée

Tout système en mouvement stocke une énergie appelée énergie cinétique.

> L'énergie cinétique est l'énergie que stocke un système **du fait de son mouvement**.

Expression de l'énergie cinétique :

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

- E_c : énergie cinétique en Joule (J)
- m : masse du système en kg
- v : vitesse du centre d'inertie du système en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

2. Le travail d'une force : une énergie transférée

2.1. Définition du travail (rappel de 1ère)

> Le travail d'une force est l'énergie transférée au système sur lequel s'exerce cette force.

Le travail d'une force, comme toutes les énergies, s'exprime en joule.

2.2. Expression du travail d'une force constante (rappel de 1ère)

Si la force $\vec{F}$ a une valeur, une direction et un sens constants, son travail pour un vecteur-déplacement $\overrightarrow{AB}$ vaut :

$$W_{AB}\left(\vec{F}_{\text{constante}}\right) = \vec{F}_{\text{constante}} \cdot \overrightarrow{AB}$$

- $\vec{F}_{\text{constante}}$: force exercée sur le système de valeur, direction et sens constants (norme en N) ;
- $\overrightarrow{AB}$: vecteur déplacement (norme en m) ;
- $W_{AB}\left(\vec{F}\right)$: travail de la force $\vec{F}$ ou énergie reçue par le système via la force $\vec{F}$, en J.

2.3. Travail d'une force dans le cas général

Notion de déplacement élémentaire

On considère un système représenté par un point matériel se déplaçant entre deux positions A et B. M et M' sont deux positions occupées à deux dates voisines l'une de l'autre.

- $\overrightarrow{AB}$ est le **vecteur-déplacement** : il représente le déplacement global du point étudié.
- $\overrightarrow{dl} = \overrightarrow{MM'}$ est un **vecteur-déplacement élémentaire**.

> Le vecteur-déplacement $\overrightarrow{AB}$ est la somme vectorielle de tous les vecteurs-déplacement élémentaire le long de la trajectoire.

Travail élémentaire

Le travail élémentaire est le travail d'une force sur un déplacement élémentaire. Toute force $\vec{F}$ quelconque est constante sur un déplacement élémentaire, donc :

$$\delta W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{dl}$$

δW représente l'énergie transférée au système, via la force $\vec{F}$, sur un déplacement élémentaire.

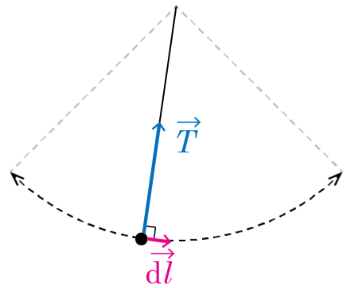
Le travail total reçu entre A et B est la somme de tous les travaux élémentaires reçus.

Forces dont le travail est nul

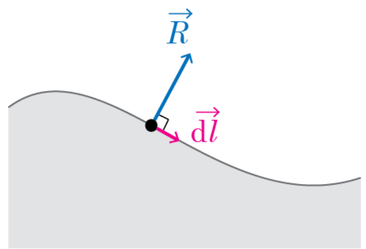
Si une force s'exerce perpendiculairement à la trajectoire, alors on a en permanence $\vec{F} \perp \overrightarrow{dl}$ et donc : $\vec{F} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$

Le travail d'une force qui s'exerce perpendiculairement à la trajectoire du point étudié est nul.

Exemples de forces dont le travail est nul :



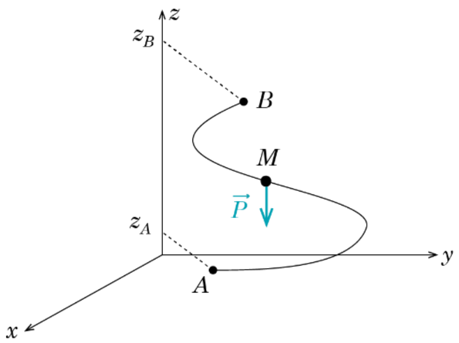
Dans le cas d'un pendule, la tension du fil est perpendiculaire à la trajectoire du solide suspendu : son travail est nul.



Si un solide glisse sans frottement sur un support, la réaction de ce dernier est perpendiculaire à la trajectoire, son travail est donc nul.

2.4. Un cas particulier à connaître : le travail du poids

On considère un point matériel soumis à son poids $\vec{P}$ et dont le mouvement est étudié dans un repère (O, x, y, z) :



Par définition le travail du poids vaut : $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$

Or : $\vec{P} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$

Donc : $W_{AB}(\vec{P}) = 0 + 0 - mg(z_B - z_A)$

$$W_{AB}(\vec{P}) = -mg(z_B - z_A)$$

Le travail du poids ne dépend que de la variation d'altitude du système.

- Si le système gagne de l'altitude : $z_B > z_A$ donc le travail du poids est résistant sur le trajet AB.
- Si le système perd de l'altitude : $z_B < z_A$ donc le travail du poids est moteur sur le trajet AB.
- Si le système n'a pas changé d'altitude : $z_A = z_B$ donc le travail du poids est nul sur le trajet AB.

3. Lien entre travail et énergie cinétique : *le théorème de l'énergie cinétique*

Le théorème de l'énergie cinétique énonce que :

> La variation de l'énergie cinétique stockée par un système est égale à la somme des travaux des forces exercées sur lui.

C'est l'expression de la conservation de l'énergie dans les situations étudiées en mécanique : *la variation de l'énergie stockée est égale à la somme des énergies transférées*.
On a donc la relation, entre deux positions A et B :

$$\Delta Ec = Ec_B - Ec_A = \sum W_{AB}(\vec{F})$$

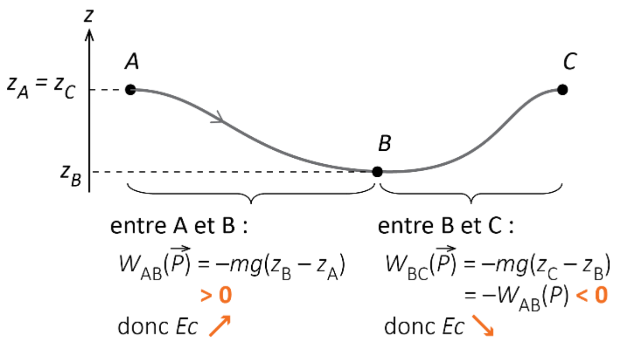
Une force dont le travail est moteur engendre une augmentation de l'énergie cinétique (donc de la vitesse) du système.
Une force dont le travail est résistant engendre une diminution de l'énergie cinétique (donc de la vitesse) du système.

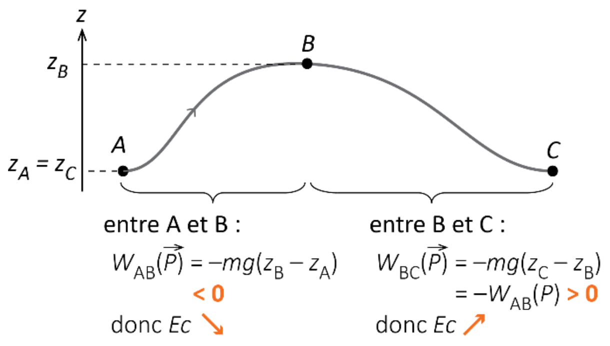
4. L'énergie potentielle de pesanteur

4.1. Énergie potentielle de pesanteur et travail du poids

L'expression du travail du poids montre que ce travail ne dépend pas du trajet suivi par le système étudié mais seulement de sa variation d'altitude. Donc la variation d'énergie cinétique engendrée par un travail sur un trajet AB peut être compensée par le travail du poids sur un trajet BC si A et C on la même altitude.

Exemples :





Dans ces deux situations : $W_{AC}(\vec{P}) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{P}) = 0$ *donc* $Ec_C = Ec_A$

Le travail du poids correspond à une variation d'énergie cinétique du système qui peut être annulée si le système retrouve son altitude initiale : il ne s'agit donc pas d'un transfert d'énergie entre le système et l'extérieur mais d'un **changement de forme de l'énergie stockée** par le système.

> On appelle énergie potentielle de pesanteur, notée Epp, la forme d'énergie qui peut être convertie en énergie cinétique, et réciproquement, par le poids du système.

Considérons un système soumis à son poids $\vec{P}$ et à d'autres forces, de résultante $\vec{F}_{autres}$.
Le théorème de l'énergie cinétique donne :

$$\Delta Ec = W_{AB}(\vec{P}) + \sum W_{AB}(\vec{F}_{autres})$$

considéré comme un stockage

$$\underbrace{-W_{AB}(\vec{P})}_{\Delta Epp} + \Delta Ec = \sum W_{AB}(\vec{F}_{autres})$$

> La variation d'énergie potentielle de pesanteur est donc égale à l'opposé du travail de son poids :
> $$\Delta Epp = Epp_B - Epp_A = -W_{AB}(\vec{P})$$

4.2. Expression de l'énergie potentielle de pesanteur

La variation de l'énergie potentielle de pesanteur sur un trajet AB est égale à l'opposé du travail du poids. On a donc :

$$\Delta Epp = -W_{AB}(\vec{P}) = +mg(z_B - z_A)$$

Il est usuel de considérer que l'énergie potentielle de pesanteur du système est nulle à l'altitude de l'origine du repère choisi : $Epp(z = 0) = 0$.

L'énergie potentielle du système à une altitude z quelconque vaut donc, avec ce choix d'origine :

$$Epp(z) - \underbrace{Epp(0)}_{0} = mg(z - 0)$$

On retiendra donc l'expression :

$$\boxed{Epp = mgz}$$

Remarque importante : la valeur de l'énergie potentielle de pesanteur dépend du choix d'origine du repère : on dit que l'énergie potentielle est *définie à une constante près*. Ce choix de repère n'a pas d'influence sur les résultats obtenus puisque seule la *variation d'énergie* potentielle a du sens. On aura donc souvent intérêt à choisir un repère dont l'origine coïncide avec la position la plus basse que le point étudié puisse occuper.

5. L'énergie mécanique et sa conservation dans le cas d'un système en mouvement dans le champ de pesanteur

On considère dans ce paragraphe un système soumis :

- à son poids $\vec{P}$;
- à une force de frottement exercée par l'atmosphère et/ou un support, modélisée par une unique force $\vec{f}$ de même direction et de sens opposé au mouvement.

5.1. L'énergie mécanique

On appelle énergie mécanique du système étudié la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle de pesanteur :

$$\boxed{Em = Ec + Epp}$$

5.2. Variation de l'énergie mécanique du système

Si le point étudié se déplace entre une position A et une position B le théorème de l'énergie cinétique donne :

$$\Delta Ec = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{f})$$
$$\Delta Ec - W_{AB}(\vec{P}) = W_{AB}(\vec{f})$$
$$\Delta Ec + \Delta Epp = W_{AB}(\vec{f})$$
$$\Delta Em = W_{AB}(\vec{f})$$

Cette relation est le théorème de l'énergie mécanique qui s'énonce :

> La variation de l'énergie mécanique est égale au travail des forces de frottement. Celui-ci étant résistant (donc négatif), $\Delta Em < 0$: en général l'énergie mécanique du système diminue.

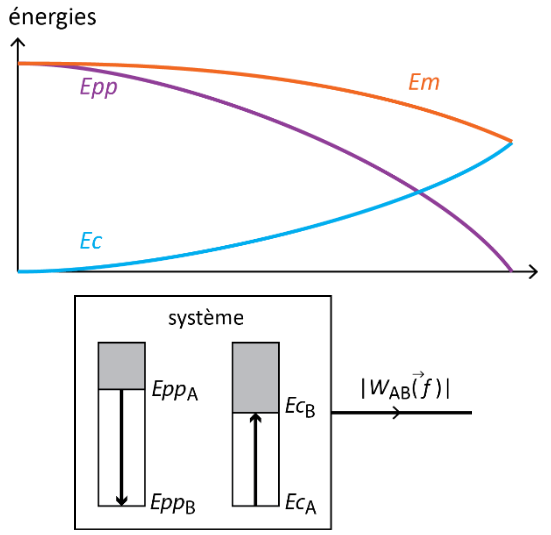
Cas d'un mouvement sans frottement

Si aucun frottement ne s'exerce sur le système (ou si celui-ci est négligé) : $W_{AB}(\vec{f}) = 0$ donc $\Delta Em = 0$.

> L'énergie mécanique d'un système qui n'est soumis à aucune force de frottement est constante : on dit qu'elle **se conserve.**

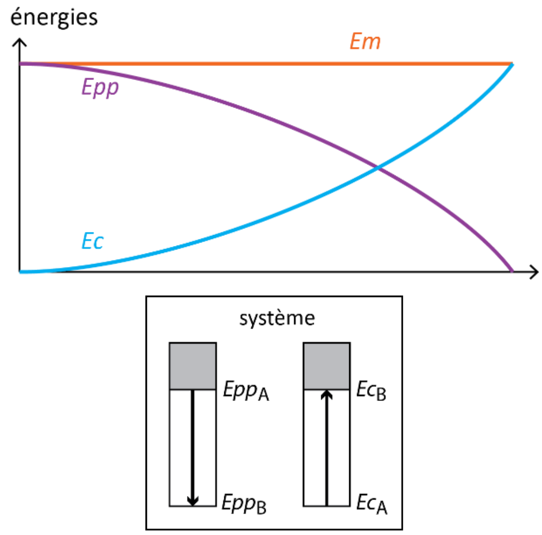
Exemple d'un système en chute

Cas général : une force de frottement s'exerce



L'énergie potentielle de pesanteur est partiellement convertie en énergie cinétique et en partie dissipée (cédée à l'extérieur ou convertie en énergie interne).

Cas particulier de la chute **sans frottement**



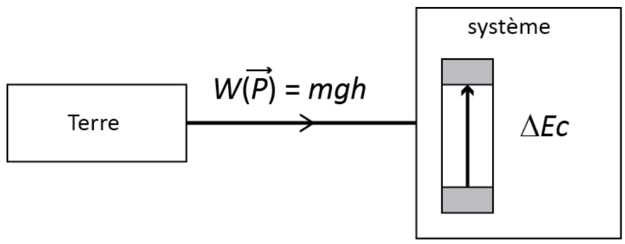
L'énergie potentielle de pesanteur est intégralement convertie en énergie cinétique.

5.3. Théorème de l'énergie cinétique ou théorème de l'énergie mécanique ?

Ces deux théorèmes sont deux formulations différentes du même concept : la conservation de l'énergie. Ils conduisent donc exactement aux mêmes résultats.

Par exemple dans un cas de chute libre sans vitesse initiale le théorème de l'énergie cinétique considère le travail du poids comme un transfert d'énergie entre la terre et le système, tandis que le théorème de l'énergie mécanique considère que le poids engendre une conversion de l'énergie potentielle de pesanteur en énergie cinétique :

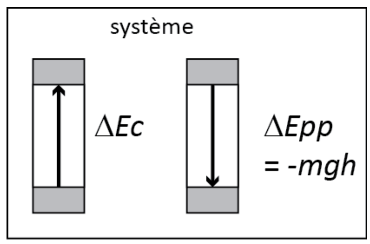
Théorème de l'Ec



*Le travail du poids $W(\vec{P}) = mgh$ est considéré comme **un transfert***

$\Leftrightarrow$

Théorème de l'Em



*$-W(\vec{P})$ est considéré comme **une variation de** l'énergie potentielle de pesanateur stockée.*