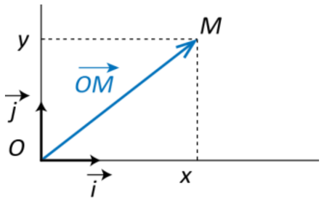
# Fiche de synthèse n°7
# Mouvements : position, vitesse et accélération

## Prérequis

Les notions de référentiel, de trajectoire, se sens et direction d'un mouvement, déjà abordées en classe de 2nde, sont rappelées dans la fiche de synthèse n°5 de la collection « PCM 1ère STL ».

## 1. Position d'un point (rappel)

**Définition d'un repère d'étude**




Pour repérer les positions d'un point en mouvement, le référentiel choisi doit être muni d'un repère (cartésien) dont l'origine $O$ est immobile et les axes $(Ox)$ et $(Oy)$ munis de vecteurs unitaires $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.
La position d'un point $M$ en mouvement est alors donnée par **ses coordonnées** $x$ et $y$.

**Le vecteur-position**

On appelle vecteur-position le vecteur qui relie l'origine du repère au point $M$ étudié.

Ces deux écritures sont équivalentes :

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$$

$x$ et $y$ sont **les coordonnées** du point $M$ donc aussi celle du vecteur-position $\overrightarrow{OM}$.

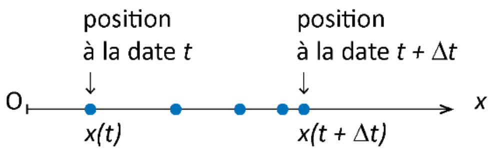
**Remarques importantes :**

- Les coordonnées $x$ et $y$ du vecteur position sont homogènes à **des distances** et sont donc exprimées **en mètre**.
- En général un mouvement est à 3 dimensions, le vecteur position a donc 3 coordonnées. Mais comme ce ne sera le cas d'aucun des mouvements étudiés en première, nous limitons les définitions énoncées dans cette fiche à des cas à 2 dimensions.
- Il est très fréquent que l'axe vertical soit noté $(Oz)$ et non pas $(Oy)$.

## 2. Vitesse d'un point en mouvement

### 2.1. Cas des mouvements rectilignes

On considère un point $M$ en mouvement le long d'un axe $(Ox)$. À la date $t$ il occupe la position de coordonnée $x(t)$ et à la date $t + \Delta t$ il occupe la position $x(t + \Delta t)$.




Alors :
$x(t + \Delta t) - x(t)$ est la distance, en valeur algébrique, qu'il a parcourue pendant la durée $\Delta t$.
Sa vitesse moyenne vaut :

$$v_{x,moy} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

### Vitesse à la date $t$ :

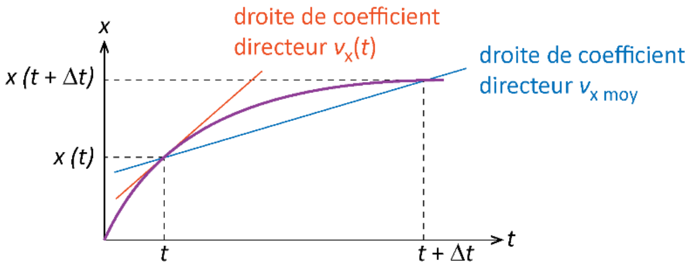
Plus la durée $\Delta t$ est courte, plus cette vitesse moyenne tend vers la valeur de la vitesse à la date $t$. Celle-ci vaut donc :

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

La vitesse à la date $t$ est donc **le nombre dérivé de la fonction $x$ à la date $t$**, ce que l'on note en physique :

$$\boxed{v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)}$$

### Interprétation graphique




- La courbe violette représente l'évolution de $x$ en fonction du temps.
- La droite bleue a pour coefficient directeur la vitesse moyenne du point étudié entre les dates $t$ et $t + \Delta t$.
- La droite orange est tangente à la courbe représentant $x(t)$. Elle a pour coefficient directeur la vitesse à la date $t$, égale au nombre dérivé de $x$ à la date $t$.

## 2.2. Généralisation : le vecteur-vitesse

### Définition du vecteur-vitesse

Le vecteur-vitesse d'un point en mouvement à la date $t$ est un vecteur dont :
- le point d'origine est la position occupée par le point étudié à la date $t$ ;
- la direction et le sens sont ceux du mouvement du point étudié ;
- la valeur (ou norme) est la vitesse du point étudié à la date $t$.

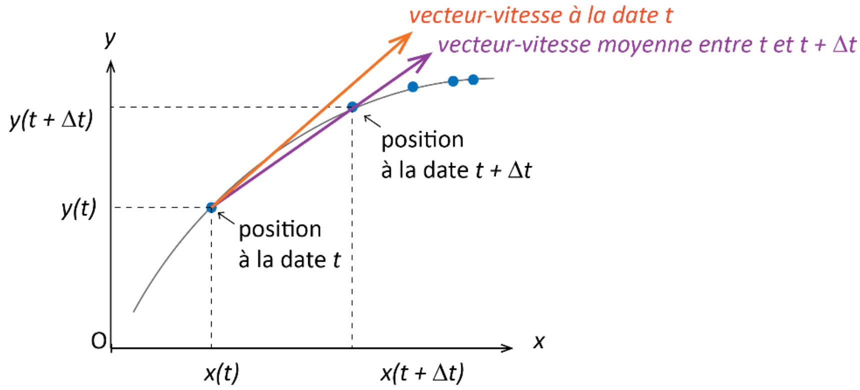
### Expressions du vecteur-vitesse et de ses coordonnées

Dans le cas d'un mouvement plan, le vecteur-vitesse possède **deux coordonnées** dont les expressions sont les dérivées des coordonnées de position $x$ et $y$. Le raisonnement qui conduit à cette relation est le même qui celui que nous avons suivi dans le cas du mouvement rectiligne au paragraphe 2.1.
On peut donc dire que le vecteur-vitesse est dérivé du vecteur position.

$$\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}(t) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt}(t) \\ v_y = \dfrac{dy}{dt}(t) \end{cases}$$

### Tracé approché du vecteur-vitesse

Le vecteur-vitesse à la date $t$ peut être approximativement assimilé au vecteur-vitesse moyenne entre $t$ et $t + \Delta t$. Cette approximation est d'autant plus juste que la durée $\Delta t$ est courte :




**Vecteur-vitesse et valeur de la vitesse**

La valeur de la vitesse à la date $t$ est alors la norme du vecteur-vitesse :

$$v(t) = \|\vec{v}(t)\| = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2}$$

# 3. Accélération d'un point en mouvement

## 3.1. Cas des mouvements rectilignes

**Accélération moyenne :**

On considère un point $M$ en mouvement le long d'un axe $(Ox)$. À la date $t$ il occupe la position de coordonnée $x(t)$ et est animé d'une vitesse de valeur $v_x(t)$. À la date $t + \Delta t$ il occupe la position $x(t + \Delta t)$ et est animé d'une vitesse de valeur $v_x(t + \Delta t)$.

Alors son accélération moyenne pendant la durée $\Delta t$ vaut par définition :

$$a_{moy,x} = \frac{v_x(t + \Delta t) - v_x(t)}{\Delta t}$$

L'unité SI de l'accélération est le $\mathbf{m \cdot s^{-2}}$ (« mètre par seconde par seconde »).

**Sens physique de l'accélération**

- Si $a_{x,moy} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ : la vitesse $v_x$ du point étudié augmente de $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ chaque seconde.
- Si $a_{x,moy} = -2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ : la vitesse $v_x$ du point étudié diminue de $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ chaque seconde.

**Accélération à la date $t$ :**

Plus la durée $\Delta t$ est courte, plus cette accélération moyenne tend vers la valeur de l'accélération à la date $t$. Celle-ci vaut donc :

$$a_x(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_x(t + \Delta t) - v_x(t)}{\Delta t}$$

L'accélération à la date $t$ est donc **le nombre dérivé de la fonction $v_x$ à la date $t$**, ce que l'on note en physique :

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}$$

Comme la fonction $v_x$ est elle-même la fonction dérivée de la fonction $x$ (coordonnée de position), $a_x$ est la fonction dérivée seconde de la fonction $x$. À une date $t$ donnée on a donc :

$$a_x(t) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

## 3.2. Le vecteur-accélération et ses coordonnées

Le vecteur-accélération est un vecteur qui traduit la variation du vecteur-vitesse en fonction du temps. Ses coordonnées sont donc les dérivées de celles du vecteur-vitesse, et donc les dérivées secondes des coordonnées de position.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t) = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}(t) \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt}(t) = \dfrac{d^2x}{dt^2}(t) \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt}(t) = \dfrac{d^2y}{dt^2}(t) \end{cases}$$

Le vecteur-accélération est nul si aucune des propriétés du vecteur-vitesse ne varie : ni sa valeur, si sa direction, ni son sens. Le seul mouvement dont l'accélération est nulle est donc le mouvement rectiligne uniforme.

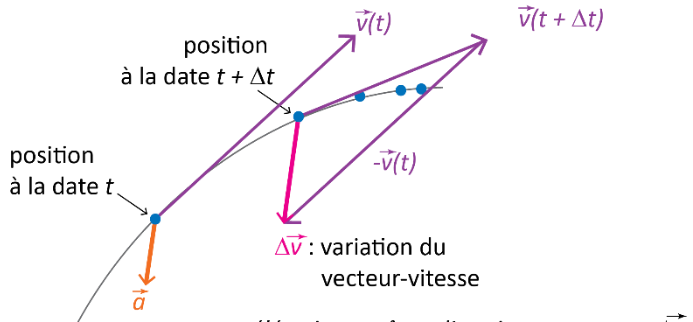
#### Tracé approché du vecteur-accélération

Le vecteur-accélération à la date $t$ peut être approximativement assimilé au vecteur-accélération moyenne entre les dates $t$ et $t + \Delta t$ :

$$\underbrace{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t)}_{\substack{\text{relation}\\ \text{exacte}}} \underbrace{\approx \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}(t)}_{\text{approximation}}$$

Cette approximation est d'autant plus juste que la durée $\Delta t$ est courte.

On peut donc tracer le vecteur-accélération en utilisant une construction comme ci-dessous :




*vecteur accélération : même direction et sens que $\Delta\vec{v}$*

### 3.3. Vecteur-accélération de quelques mouvements particuliers

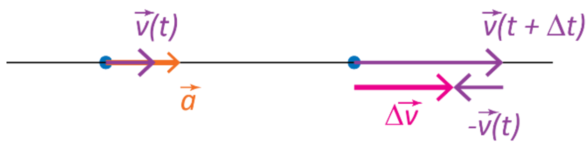
- *Des figures animées sont disponibles sur le site des collections numériques pour mieux comprendre les tracés qui suivent.*

#### Le mouvement rectiligne uniforme

Le mouvement rectiligne uniforme est caractérisé par un vecteur-vitesse constant (en valeur, direction et sens). Le vecteur-accélération est donc nul.

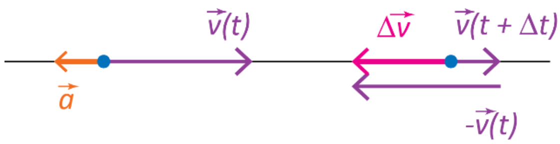
#### Le mouvement rectiligne accéléré

Le mouvement rectiligne accéléré est caractérisé par un vecteur-vitesse de direction et sens constants mais dont la valeur augmente au cours du temps. Le tracé montre donc que le vecteur-accélération est de même direction et de même sens que le vecteur-vitesse :




#### Le mouvement rectiligne « décéléré »

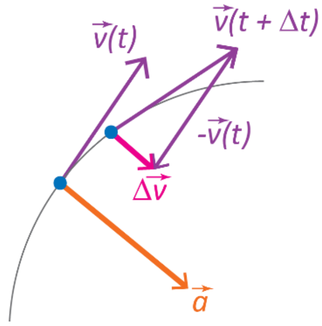
Le mouvement rectiligne accéléré est caractérisé par un vecteur-vitesse de direction et sens constants mais dont la valeur diminue au cours du temps. Le tracé montre donc que le vecteur-accélération est de même direction que le vecteur-vitesse mais de sens opposé :




**Remarque** : le mouvement décéléré est donc un mouvement accéléré particulier, dont le vecteur-accélération est de sens opposé au mouvement.

### Le mouvement circulaire uniforme

Le mouvement circulaire uniforme est caractérisé par un vecteur-vitesse de valeur constante mais dont la direction varie au cours du temps. Le tracé montre que le vecteur accélération est alors perpendiculaire au vecteur-vitesse :




**Remarque** : cet exemple montre que le terme « uniforme » n'est pas le contraire de « accéléré », car le mouvement circulaire uniforme est un mouvement accéléré. Le contraire de « accéléré » est en réalité « rectiligne uniforme ».