

# Lien entre mathématiques et physique :

## Les fonctions primitives

### 1. Définition et notations

#### 1.1. Définition

$F$  est une fonction primitive de  $f \Leftrightarrow f$  est la fonction dérivée de  $F$

#### La constante d'intégration

La fonction dérivée d'une fonction constante est nulle.

Donc si  $F$  est une fonction primitive de  $f$ , la fonction  $x \mapsto F(x) + k$  ( $k$  étant une constante) est aussi une fonction primitive de  $f$ .

Les fonctions usuelles que nous utilisons admettent une infinité de fonctions primitives, définies à une constante près.

### 2. Quelques cas particuliers à connaître

Dans tous les exemples qui suivent,  $t$  désigne la variable et toutes les autres lettres désignent des constantes.

$t \mapsto 0$	$t \mapsto k$
$t \mapsto a$	$t \mapsto at + k$
$t \mapsto a \times t$	$t \mapsto \frac{1}{2}at^2 + k$
$t \mapsto a \cos(\omega t + \varphi)$	$t \mapsto \frac{a}{\omega} \sin(\omega t + \varphi) + k$
$t \mapsto a \sin(\omega t + \varphi)$	$t \mapsto -\frac{a}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) + k$
$t \mapsto \frac{1}{t}$	$t \mapsto \ln(t)$
$t \mapsto be^{at}$	$t \mapsto \frac{b}{a}e^{at}$

### 3. Différences de notations en mathématiques et en physique

Les notations parfois différentes que les mathématiciens et les physiciens utilisent ont toutes la même origine : les fonctions utilisées en physique représentent **des grandeurs physiques**, dont les valeurs ont une dimension, une unité et sont éventuellement entachées d'incertitudes.

#### En mathématiques :

##### Exemple :

Soit  $f$  la fonction telle que :

$$x \mapsto f(x) = 3x$$

Les fonctions primitives de  $f$  sont du type :

$$x \mapsto F(x) = \frac{3}{2}x^2 + k$$

$k$  étant une constante.

Ici  $k$  représente la valeur de  $F$  pour  $x = 0$ .

##### Notation de la fonction primitive :

La fonction primitive d'une fonction est souvent notée avec la même lettre mais écrite en majuscule.

##### Notations des différents termes

Souvent au lycée, seule la variable est écrite sous forme littérale, les autres coefficients étant écrits sous forme numérique car ce sont des nombres.

#### En physique :

##### Exemple :

La vitesse d'un solide en chute libre verticale s'exprime en fonction du temps par :

$$v(t) = gt$$

Sa position repérée sur un axe  $Oz$  orienté vers le bas est donc donnée par la fonction  $z$ , d'expression :

$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2 + z_0$$

$z_0$  étant sa position initiale à la date  $t = 0$ .

##### Notation de la fonction primitive :

La fonction primitive d'une fonction est notée avec une autre lettre car elle ne représente pas la même grandeur physique.

- ▶ Dans l'exemple ci-dessus :  
 $v$  désigne une vitesse (exprimée en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) ;  
 $z$  désigne une distance exprimée en  $\text{m}$ , il serait trompeur de la noter «  $V$  ».

##### Notations des différents termes

Tous les termes désignant des grandeurs physiques, *même si leur valeur est constante*, sont écrits sous forme littérale.

- ▶ Exemple :  
Dans les expressions ci-dessus,  $g$  est une constante mais représente un champ de pesanteur exprimé en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ , et dont la valeur est entachée d'incertitude. On ne le remplace donc pas par « 9,81 ». En revanche le facteur  $\frac{1}{2}$  est connu de manière certaine et ne possède pas d'unité, il est donc écrit sous forme numérique.